Stochastische Modelle zur Konformität in der Asch-Situation

Eine methodologische Fallstudie

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Philosophie
der Philosophischen Fakultät
der Universität des Saarlandes

vorgelegt von

Wolfgang Deppe
aus Negenborn

Saarbrücken 1974

Stochastische Modelle zur Konformität in der Asch-Situation

Eine methodologische Fallstudie

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Philosophie
der Philosophischen Fakultät
der Universität des Saarlandes

vorgelegt von

Wolfgang Deppe

aus Negenborn

Saarbrücken 1974

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Der Dekan:	Prof. Dr. F. Hiller
Berichterstatter:	Prof. Dr. W.H. Tack
	Prof. Dr. P. Orlik
Tag der letzten Prüfung:	13. August 1974

Inhalt

1. Funktionen mathematischer Modelle in der Psychologie 1

2. Probleme der Konformitätsforschung 14

3. Das Modell von B.P. Cohen 18

4. Modell I 23

4.1 Zur Notation 24
4.2 Anwendungsbereich 24
4.3 Modellannahmen 24
4.4 Ableitungen aus Modell I 27
4.5 Parameterschätzungen 32
4.51 Für individuelle Versuchspersonen 32
4.52 Für 'identische Versuchspersonen' 35

5. Modell II 37

5.1 Die Aufgabenschwierigkeit und Modell I 37
5.2 Zur Notation 39
5.3 Anwendungsbereich 39
5.4 Modellannahmen 39
5.5 Ableitungen aus Modell II 41
5.6 Parameterschätzungen 45

6. Das Experiment 46

7. Vergleich empirischer und theoretischer Daten 49

7.1 Das Absorptionsproblem 49
7.2 "Reaktionsfehler" 51
7.3 Vergleiche für Modell I (individuelle Versuchspersonen) 51
7.4 Vergleiche für Modell I ('identische Versuchspersonen') 6o

7.5 Vergleiche für Modell II (individuelle Versuchspersonen) 62

7.6 Vergleiche für Modell II ('identische Versuchspersonen') 67

8. Vergleichende Modellbewertung 69

8.1 Nullhypothesen-Signifikanztests für einzelne Modelle 69

8.2 Vergleich zweier Modelle 71

8.3 Parameterzuordnung in Modell I 73

8.4 Parameterzuordnung in Modell II 8o

8.5 Schlußfolgerungen 83

9. Modellerweiterung und Entscheidbarkeits-Problem 84

Literaturverzeichnis 87

1. FUNKTIONEN MATHEMATISCHER MODELLE IN DER PSYCHOLOGIE

Ein zentraler Begriff in der vorliegenden Arbeit ist der des 'Modells'. Modelle sind Analogien, und das Wort 'analog' bezeichnet eine zweistellige Relation. Die reflexive, symmetrische und partimtransitive 'Modellrelation' (ASHBY,1961) ist mit Hilfe zweier gedachter Hilfssysteme darstellbar, die jeweils partielle Homomorphismen von 'Modell' und 'Prototyp' sind, und die zueinander isomorph sind. Die Symmetrie der Modellrelation macht es im Einzelfall nötig, zu entscheiden, welches der analogen Systeme 'Modell' und welches 'Prototyp' ist. APOSTEL (1961, S.4) schlägt hierfür eine vierstellige Beziehung R(S,P,M,T) vor: eine Person S benutzt in der Absicht P das System M als Modell für den Prototyp T. Dabei verdeutlicht die Formulierung "in der Absicht P", daß Modelle bestimmte Funktionen erfüllen sollen; mit dieser Eigenschaft von Modellen werde ich mich ausführlich beschäftigen. Den mit diesem Modellbegriff nicht vertrauten Leser verweise ich neben den bereits erwähnten Arbeiten auf die von CHAPANIS (1961), SIMON u. NEWELL (1963), SUPPES (1961) und TACK (1969), sowie auf das Buch von STACHOWIAK (1973).

Wie in den angegebenen Arbeiten dargestellt wird, gibt es verschiedene Typen von Modellen. Wenn nicht ausdrücklich anders erwähnt, meine ich in dieser Arbeit mit 'Modell' stets die Klasse der 'symbolischen Modelle' (CHAPANIS, 1961), die als gedeutete Kalküle angesehen werden können. Ein Adjektiv vor 'Modell' bezeichnet die Quelle, der das Kalkül mit seinen syntaktischen Regeln und Umformungsvorschriften entlehnt ist (vgl. TACK, 1969): ein 'mathematisches Modelll' ist demnach ein mit den Regeln der Mathematik arbeitendes Modell, ein 'stochastisches Modell' speziell eins, das sich der Theorie der stochastischen Prozesse bedient.

Die Diskussion darüber, worin der Unterschied zwischen (mathematischen) Modellen und (mathematischen) Theorien zu sehen ist, soll hier nicht eigens thematisiert werden. Ich schließe mich dabei der Meinung zahlreicher Autoren an, daß ein grundlegender Unterschied nicht gegeben ist, und übernehme

den in der Psychologie inzwischen üblichen Sprachgebrauch, daß ein 'Modell' einen höheren Anspruch auf eindeutige Ableitungsregeln mit einem geringeren Anspruch bezüglich des Umfangs des erfaßten Gegenstandsbereichs verbindet (vgl. TACK, 1969).

Wenn eine Person S in der Absicht P ein Modell benutzt, dann ist in dieser Absicht die Erwartung enthalten, daß das Modell bestimmte Funktionen erfüllen wird. Deshalb sollten zur Bewertung eines gegebenen Modells außer Kriterien wie seine logische Konsistenz oder empirische Bestätigung auch Überlegungen dazu herangezogen werden, in welchem Maße das Modell die angestrebten Funktionen erfüllt. APOSTEL (1961) hat neun Funktionen beschrieben, denen die Verwendung verschiedener Modelltypen in den Wissenschaften dient, von denen vier die mathematischen Modelle in der Psychologie betreffen. Die Absichten und Erwartungen desjenigen, der sich eines Modells bedient, ändern sich jedoch im Lauf der Erfahrung mit Modellen, und die hat in der Psychologie -grob gesprochen- seit APOSTELs Arbeit erst begonnen. Wenn man heute ein Modell entwickelt, gehört zu den Erwartungen sicherlich auch das, was bisher an positiven Funktionen der Verwendung mathematischer Modelle in der Psychologie bekannt geworden ist.

Ich werde deshalb in diesem Abschnitt zunächst der Frage nachgehen, welches die bekannt gewordenen Funktionen mathematischer Modelle in der Psychologie sind, und im folgenden Abschnitt eine weitere "Absicht P" äußern, in der von mir Modelle für den 'Prototyp Konformitätsverhalten' benutzt werden, um mit dieser Diskussion die Basis für jenen zweiten Aspekt der Bewertung von Modellen zu schaffen. Ich werde dabei die Funktionen mathematischer Modelle in der Psychologie in der Regel mit nur einem Beispiel zu belegen versuchen, obwohl in den meisten Fällen mehrere Beispiele heranzuziehen wären. Die Beispiele werde ich oft dem Bereich der Sozialpsychologie entnehmen, weil sich auch die in dieser Arbeit entwickelten Modelle auf diesen Bereich beziehen. Ein solches Vorgehen kann natürlich nicht beweisen, daß alle Funktionen allen bisher vorgelegten mathematischen Modellen zukommen, aber bei der

gegenwärtigen Rolle der sog. 'Mathematischen Psychologie' innerhalb der Psychologie scheint es notwendiger zu sein, eventuell nur vereinzelt anzutreffende Vorteile mathematischer Modelle darzustellen, als deren Allgemeinheit zu diskutieren.

1) Ein erster Aufschluß über die Funktion von Modellen in der Wissenschaft ergibt sich, wenn man betrachtet, bei welchen Gelegenheiten sie bevorzugt benutzt werden. Dies ist einerseits besonders in jungen Wissenschaften oder jungen Teilgebieten von Wissenschaften zu beobachten, die sich meist dadurch auszeichnen, daß in ihnen relativ viele gesicherte Einzelbefunde vorliegen, aber integrierende theoretische Konzeptionen kaum oder gar nicht vorliegen, und aus dem eigenen Wissensstand heraus auch nur schwer zu entwickeln sind. In solchen Situationen bedient man sich gern wahrgenommener Analogien des eigenen zu anderen Gegenstandsbereichen, und benutzt die für letztere entwickelten theoretischen Konzeptionen probehalber als Modell für den eigenen Gegenstandsbereich. So wurden z.B. in die Sozialpsychologie als mathematisches Modell für die Ausbreitung von Gerüchten, oder Meinungen, in Populationen Formelsysteme übernommen, die für die Epidemologie entwickelt worden waren (vgl. RAPOPORT, 1963). Das Modell lieferte durch den Nachweis seiner Anwendbarkeit auf die empirisch bekannten Phänomene einen Beitrag zur theoretischen Integration eines Teilbereichs der Sozialpsychologie.
Auch die vorliegende Arbeit stellt den Versuch dar, für ein theoretisch kaum entwickeltes Feld der Sozialpsychologie die Theoriebildung durch Anwendung mathematischer Modelle zu fördern.

Diese Funktion läßt sich ebenfalls an der plötzlich einsetzenden Tendenz zur Entwicklung zahlreicher und verschiedenster mathematischer Lernmodelle in den fünfziger Jahren illustrieren. "Das Scheitern der großen Lern- und Verhaltenstheorien" war evident geworden und hatte zu "einer gewissen theoretischen Stagnation" geführt (FOPPA, 1965, S. 377). Die Lernpsychologie war also, hier aus anderen Gründen als im vorhergehenden Beispiel, in einer theoretisch äußerst unsicheren Situation, oder, wie FOPPA schrieb, "in einer Sackgasse" (1965, S. 379). In dieser theoretischen Ratlosigkeit wurde

versucht, theoretische Konzeptionen auf den Gegenstandsbereich 'Lernprozesse' anzuwenden, die in anderen Wissenschaften entwickelt worden waren, beispielsweise die vom russischen Mathematiker A.A. MARKOFF ab etwa 1906 untersuchten Systeme abhängiger Ereignisfolgen, die heute als 'endliche Markoff -Ketten' bezeichnet werden.

Eine andere Gruppe von Funktionen mathematischer Modelle in der Psychologie läßt sich am einfachsten darstellen und belegen, wenn die Leistungen solcher Modelle denjenigen gegenübergestellt werden, die verbal formulierte theoretische Konzeptionen für den gleichen Gegenstandsbereich erbracht haben. Dabei betrachte ich zunächst solche Funktionen, die schon während der Modellentwicklung offenbar werden, und die nicht der ausdrücklichen empirischen Bestätigung der Modelle bedürfen.

Mathematische Modelle sind dadurch gekennzeichnet, daß sie aufgrund der Verwendung mathematischer Kalküle mit deren klaren Ableitungsregeln meist eine weitaus größere Anzahl von Implikationen der Grundannahmen aufzudecken in der Lage sind, als das verbal formulierte Konzeptionen können. Ein eindrucksvolles Beispiel hierfür ist die theoretische Konzeption: 'Lernen geschieht durch Austauschen falscher Reaktionstendenzen gegen richtige'. Während daraus wenig Implikationen abzuleiten sind, führt eine Formalisierung des Konzepts mit Hilfe eines einfachen Urnenmodells (das sog. 'replacement model', vgl. RESTLE u. GREENO, 1970) zu einer großen Anzahl aufdeckbarer Implikationen: durch die Behauptung, Lernen geschähe durch solches Austauschen, legt man gleichzeitig die Form der Lernkurve fest, sowie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Fehlerzahlen mit ihren Momenten und eine ganze Reihe von sequentiellen Kennwerten des Lernprozesses, usw.. Diese Eigenschaft mathematischer Modelle verdeutlicht einige ihrer Funktionen.

2) Zunächst macht die größere Anzahl empirisch prüfbarer Ableitungen aus dem Modell dieses "riskanter" im Sinne POPPERs (1971) als sein verbal formuliertes Gegenstück, da das Modell sich weitaus mehr Gelegenheiten der Widerlegung aussetzt, und ist deshalb als die wertvollere der beiden Konzeptionen anzusehen, sofern die Übertragung vom Verbalen

ins Formale ohne wesentliche Zusatzannahmen ausgekommen ist.

3) Außerdem wird eine Art von Vorhersagbarkeit ermöglicht, die bei verbalem Formulieren kaum hätte zustande kommen können: mit Hilfe des mathematischen Modells kann in vielen Fällen an fast jeder Stelle des Lernprozesses (die Einschränkung bezieht sich dabei auf von Fragen der Parameterschäzung geleitete praktische Erwägungen) dessen weiterer zeitlicher Verlauf vorhergesagt werden. Diese Vorhersagen aufgrund 'partieller Daten' erhöht wiederum die Anzahl der Widerlegungsmöglichkeiten, hat aber für gut bestätigte Modelle den zusätzlichen Vorteil, die experimentelle Arbeit beträchtlich zu ökonomisieren.

4) Diese von BARTOS (1967) so bezeichnete "deduktive Fruchtbarkeit" mathematischer Modelle hat einen weiteren Aspekt, nämlich den der erleichterten Überprüfung theoretischer Konzeptionen durch empirische Untersuchungen. Ein mathematisches Modell enthält u.a. zwei Klassen von Sätzen, nämlich die Grundannahmen und die Implikationen, wobei die Grundannahmen denen der verbalen Konzeption entsprechen. Diese Grundannahmen selbst zu überprüfen ist nicht nur im obigen Beispiel äußerst schwer und oft praktisch unmöglich. Beim mathematischen Modell aber liefert jede empirische Überprüfung einer Implikation im Falle ihrer Nichtbestätigung logisch, über den 'modus tollendo tollens', einen Hinweis auf die Unangemessenheit der Grundannahmen. (Dies gilt unbeschadet der Tatsache, daß später zu zeigen sein wird, daß dieser Satz in seiner rigorosen Form eingeschränkt werden muß.)

5) Weiterhin kann mit Hilfe eines mathematischen Modells und seinen strengen Ableitungsregeln leicht festgestellt werden, ob eine verbal formulierte Theorie überflüssige Annahmen enthält. So veröffentlichte beispielsweise FESTINGER (195o) ein System von Hypothesen über "informelle Kommunikation in Gruppen". SIMON u. GUETZKOW, die 1955 dieses System in ein formales System überführten, konnten jedoch recht einfach zeigen, daß FESTINGERs Hypothese 3b keine eigenständige, sondern eine überflüssige Hypothese war, die von zwei vorhergehenden Hypothesen logisch impliziert wurde.

Diese Feststellung verhindert beispielsweise, daß bei einer empirischen Überprüfung des FESTINGERschen Systems unnötige Arbeit geleistet wird.

6) Aus demselben Bereich stammen Beispiele dafür, wie durch Entwicklung mathematischer Modelle für verbal formulierte Theorien aufgedeckt werden konnte, daß diese nicht vollständig oder geschlossen waren. So zeigte SIMON (1952), als er ein mathematisches Modell für die 'Homanschen Regeln' entwickelte (vgl. HOMANS, 1950), daß in diesen Regeln der Fall nicht ausgeschlossen ist, daß sich zwei Variablen (Sympathie und Aktivität in einer Gruppe) 'über alle Grenzen hinaus' entwickeln könnten. Deshalb wurden Zusatzannahmen nötig, damit Gruppen überhaupt nach den 'Homanschen Regeln' funktionieren können. Eine ähnliche Unvollständigkeit deckten SIMON u. GUETZKOW in der bereits erwähnten Arbeit über FESTINGERs Hypothesen-System auf: ohne zusätzliche Annahmen darüber, wie die 'cohesiveness' einer Gruppe von welchen anderen Variablen abhängt, ist das System FESTINGERs unvollständig, d.h. Gruppen können gar nicht so funktionieren wie von FESTINGER beschrieben wurde.

7) Ein weiteres Beispiel dafür, daß sich der Ableitungsreichtum mathematischer Modelle nicht nur auf vielleicht 'unpsychologisch' anmutende Dinge wie Erwartungswerte sequentieller Statistiken beschränkt, sondern sich durchaus auf eminent wichtige psychologische Sachverhalte beziehen kann, wird an einem Teil der Bearbeitung der 'Homanschen Regeln' durch SIMON (1952) deutlich. SIMON zeigte, daß von diesen Regeln auch impliziert wird, daß Gruppen überhaupt nur existieren können, wenn bestimmte Ausgangsbedingungen bezüglich der Größe von Sympathie, Aktivität und äußeren Anforderungen gewährleistet sind. Das ist wiederum ein Beitrag zur erhöhten empirischen Prüfbarkeit, aber andererseits zeigt es, was neben den explizierten Regeln an implizierten Behauptungen noch enthalten ist. Das mathematische Modell für die verbale Theorie bietet dem Theoretiker also Gelegenheit, schon vor einer u.U. umfangreichen empirischen Prüfung der Theorie diese neu zu überdenken, weil die implizierten Sachverhalte nicht seiner Konzeption entsprechen. Aber auch für den Fall, daß diese Implikationen dem Theoretiker trivial erscheinen, weil er

beispielsweise für selbstverständlich hielt, daß Gruppen ohne solche Ausgangsbedingungen nicht existieren können, hat das mathematische Modell hier Wertvolles geleistet. Hierzu schrieb COLEMAN (1960) in seiner überaus bemerkenswerten Arbeit:

> "Was haben wir nun davon, daß wir diese Ableitungen gemacht haben? (Gemeint sind die von SIMON aus den Homanschen Regeln deduzierten Ableitungen; Anm.d.Verf.) Es kann möglich sein, nach ihrer sorgfältigen Untersuchung zu sagen: 'das habe ich schon immer gewußt!' Aber das wäre völlig am Problem vorbei.
> Am Anfang wurden drei Regeln vorgeschlagen; das mathematische Modell hat deren Implikationen aufgezeigt. Es sagt dem Sozialwissenschaftler: ' du hast die Sachverhalte x,y und z behauptet, aber dadurch hast du auch implizit die Sachverhalte u,v und w behauptet!' Wenn nun geantwortet wird, daß schon evident war, daß sowohl u,v und w als auch x,y und z wahr seien, mißachtet man vollständig den Wert einer Theorie! Es ist nicht das Wichtige, ob u,v und w evident sind, sondern wichtig ist die Tatsache, daß sie durch logische Implikation mit x,y und z verknüpft sind. Theorien gewinnen in jeder Wissenschaft ihre Nützlichkeit aus solchen Verknüpfungen, weil genau sie es sind, die erlauben, daß nur wenige Beobachtungen die Funktion von vielen Beobachtungen übernehmen können. Andernfalls müßte man auf rein deskriptive Weise fortfahren, und man wäre niemals in der Lage, die Phänomene u,v und w aus anderen Phänomenen y,x und z vorherzusagen." (S. 29, eigene Übersetzung)

8) Eine weitere Leistung von mathematischen Modellen für die Psychologie ist weniger Ergebnis der Modellentwicklung als vielmehr deren Voraussetzung: die Präzisierung theoretischer Begriffe. Als Beispiel sei hier die Formalisierung von 'Heiders Balancetheorie' durch CARTWRIGHT u. HARARY (1956) angeführt. HEIDER versuchte 1946, in symbolischer Form eine Definition balancierter Strukturen in der sozialen Wahrnehmung zu geben. (Bei der Trennung von Formalisierung und Symboli-

sierung benutze ich die Terminologie von SUKALE, 1971.)
Die Beziehungen zwischen Personen einerseits und Personen oder Nicht-Personen andererseits wurden dabei als "positive Beziehung" (L) bzw. "negative Beziehung"(-L) in die Definition der Balance eingeführt. Als Beispiel für 'L' gab HEIDER "Wertschätzung, Liebe, Hochachtung" an, und für '-L' "their opposites" (S.1o7). Dieser Grad von begrifflicher Schärfe reichte für die symbolisierte Version der Balancetheorie gerade aus. Erst als aus den verschiedensten Gründen (vgl. dazu CARTWRIGHT u. HARARY, 1956) das Bedürfnis nach einer viel generelleren Version einer Balancetheorie entstand, und CARTWRIGHT u. HARARY in der Graphentheorie eine dazu geeignete formale Sprache entdeckten, wurde offensichtlich, daß mit den "positiven und negativen Beziehungen" in dieser unklaren Fassung nicht weiterzuarbeiten war. Es wurde nun notwendig, für verschiedene Bedeutungen von 'L' nicht nur von "their opposites" zu sprechen, sondern klar zwischen 'Komplement einer Relation' und 'Gegenteil einer Relation' zu trennen (z.B. zwischen 'indifferent' und etwa ' nur geringachtend'). Außerdem wurde nötig, ausdrücklich zwischen symmetrischen und unsymmetrischen Relationen zu unterscheiden, was bei HEIDER (1946) noch nicht aufgefallen war. Erst nach diesen und weiteren Präzisierungen von Begriffen, die für die Theorie zentral sind, war es überhaupt möglich, sich der Graphentheorie zu bedienen und damit das Konzept der balancierten Strukturen für einen beträchtlich erweiterten Bereich von Phänomenen nutzbar zu machen.

9) Die theoretischen Begriffe einer verbalen Theorie profitieren auch nach der Erstellung eines mathematischen Modells: denn in der Regel führt der Implikationsreichtum auch zu ihrer weiteren Explikation. Eigenschaften theoretischer Variablen sind nur innerhalb eines bestimmten theoretischen Bezugsrahmens angebbar. Sympathie ist innerhalb der 'Homanschen Regeln' eine theoretische Variable, für die nur angegeben wird, daß sie unter einigen Bedingungen größer, unter anderen kleiner wird. In den Bezugsrahmen des mathematischen Modells von SIMON gestellt, können über diese theoretische Variable

weitere explikative Aussagen gemacht werden; z.B. kann (und muß) die Form der Wechselwirkung zwischen Sympathie und anderen Variablen durch Aussagen über die Beschleunigung ihrer Veränderung näher spezifiziert werden.

1o) Neben ihrer "deduktiven Fruchtbarkeit", so schrieb BARTOS (1967), zeichnen sich mathematische Modelle auch durch "heuristische Fruchtbarkeit" aus. Dabei sollte allerdings beachtet werden, daß diese Aspekte nicht unabhängig voneinander sind, sondern daß der Implikationsreichtum auch unter heuristischem Aspekt betrachtet werden kann. APOSTEL (1961) betonte -allerdings für andere Modelle als symbolische- daß am Modell gewonnende Kenntnisse als Hypothesen für den Prototyp benutzt werden können. Zu den an mathematischen Modellen gewonnenen Ergebnissen gehören ihre Implikationen, die ebenfalls Hypothesen über den Gegenstandsbereich sein können. Und bei einer empirischen Überprüfung dieser Implikationen prüft man nicht nur das Modell auf seine Angemessenheit hin, sondern leistet gleichzeitig vom Modell stimulierte empirische Forschung. Wird z.B. das SIMONsche Modell der 'Homanschen Regeln' überprüft, leistet man gleichzeitg empirische Forschung über Gleichgewichtszustände (bezüglich Sympathie, Aktivität und Interaktionen) in Kleingruppen in Abhängigkeit von externen Anforderungen an die Gruppen: diese Forschung ist nicht von der verbalen, sondern von der formalen Version der 'Homanschen Regeln' geleitet worden. (BARTOS,1967, weist darauf hin, daß unter diesem Aspekt mathematischen Modellen -ähnlich wie verbal formulierten Theorien- auch dann noch eine gewisse heuristische Nützlichkeit zukommt, wenn sie nach empirischer Überprüfung nicht gut bestätigt sind!)

11) Die meisten mathematischen Modelle, insbesondere die stochastischen, enthalten eine Anzahl 'freier Parameter'. Diese sind eine weitere Basis für den heuristischen Wert mathematischer Modelle. Es liegt in der Regel nahe, die numerischen Werte der freien Parameter eines Modells über Situationen hinweg oder über Personen hinweg zu vergleichen. So verglich COHEN (1958) die Übergangsmatrizen eines Markoff

-Modells für Konformität in verschieden schweren Konfliktsituationen. RAPOPORT u. CHAMMAH (1965) verglichen die freien Parameter verschiedener Modelle zum Verhalten in Spielen des Typs 'prisoner's dilemma' mit dem Geschlecht der Spieler (und erhielten erstaunliche Ergebnisse!). Die besondere Bedeutung solcher Vergleiche, die hier vielleicht etwas schwer einsehbar ist, wird sich in späteren Abschnitten erhellen, in denen ich zu zeigen versuche, daß die freien Modellparameter für die praktisch-experimentelle Arbeit außerordentlich geeignete Verhaltensmaße darstellen, die den vergleichsweise 'theorielosen' Verhaltensmaßen (wie relative Häufigkeiten verschiedener Reaktionen) deutlich überlegen sind. Die Gültigkeit solcherart gewonnener Erkenntnisse hängt bei dieser Funktion -anders als bei den vorherigen- sehr deutlich von der guten empirirschen Bestätigung der benutzten Modelle ab. Das gilt auch für die folgenden Funktionen.

12) Daß mit Hilfe mathematischer Modelle Prognosen erstellt werden können, ist bereits oben illustriert worden. Das gilt sowohl für die zahlreichen Implikationen als auch speziell für den weiteren zeitlichen Verlauf eines psychologischen Prozesses. Letzteres leisten in besonderem Maße solche Modelle, die sich der Theorie der stochastischen Prozesse bedienen, und Differentialgleichungssysteme wie das erwähnte von SIMON (1952) Auch zur Erklärung vorfindlicher Sachverhalte können mathematische Theorien herangezogen werden. Dabei fällt die Erklärung verschieden 'psychologisch' aus, weil die Sprache, in der die Erklärung gegeben werden kann, davon abhängt, in welchem Ausmaß die Teile des mathematischen Modells in psychologische Termini übersetzt werden können. Sicherlich sollte man die unterschiedliche Erfüllung dieser Funktion bei der Beurteilung verschiedener mathematischer Modelle für den gleichen psychologischen Prozeß berücksichtigen.

13) Eine nicht hoch genug einzuschätzende Leistung mathematischer Modelle kann es sein, sich anbahnende und von verbalen Theorien verursachte wissenschaftliche Kontroversen zu

vermeiden, oder doch wenigstens in die richtigen Bahnen zu lenken. Eine dieser Kontroversen, die viel personelle Kapazität und experimentellen Aufwand verschlang, war die zwischen den 'graduellen' und den 'alles oder nichts' Lerntheorien. Sie wurde aber solange am Thema vorbei geführt, wie die empirischen Befunde in der Art traditioneller Lernexperimente erhoben wurden. Eine wirklich sehr schlichte Formalisierung der Grundannahmen beider Theorien zeigte sofort, daß auf der Basis der üblichen Lernkurven keine Entscheidung zwischen den rivalisierenden Theorien herbeizuführen war, weil beide die gleiche Lernkurve implizierten (vgl. RESTLE u. GREENO, 197o). Schon wenn man die beiden einfachsten Modelle für diese Theorien vergleicht, das 'one element model' und das 'linear operator model' (vgl. z.B. ATKINSON et al., 1965), stellt man außerdem fest, wo sich beide Konzeptionen überhaupt unterscheiden können: nämlich bei denjenigen beobachtbaren Kennwerten, für deren theoretische Ableitung Eigenschaften benutzt werden, die im jeweils anderen Modell keine Entsprechung haben. Z.B. solche, für die das 'one element model' die Stationarität in dem Prozeß vor dem letzten Fehler oder die stochastische Abhängigkeit der Reaktionen benutzt, während das'linear operator model' stochastische Unabhängigkeit der Reaktionen über den ganzen Lernprozeß hin benutzt: diese Unterschiede werden aber nicht bei Lernkurve wichtig, auch nicht bei der Fehlerverteilung, sondern beispielsweise bei der Varianz der Fehlerverteilung oder bei sequentiellen Kennwerten.

Während ich bisher solche Funktionen erwähnt habe, die sich mit den 'innerwissenschaftlichen' oder 'akademischen' Aspekten mathematischer Modelle in der Psychologie befassen, möchte ich jetzt solche besprechen, die ihre praktische Bedeutung betreffen. Auch hier erweisen sich mathematische Modelle zum Teil beträchtlich ergiebiger als ihre verbal formulierten Gegenstücke.

(14) Einer der Zwecke, zu dem Wissenschaft betrieben wird, ist der der 'bedingten Prognose' oder 'Handlungsanweisung zu zweckrationaler Mittelwahl'. Ich entnehme ein Beispiel aus dem langjährigen Forschungsprojekt "Stanford Reading

Studies": es ist von ATKINSON u. PAULSON (1972) berichtet worden. Die von außen gestellte Aufgabe war die einer Optimierung. Studenten sollten im College Kisuaheli lernen. Dabei sollte insgesamt eine bestimmte Anzahl N von Vokabeln gelehrt werden, und es standen M Unterrichtsstunden zur Verfügung. Pro Stunde konnte realistischerweise nur eine relativ kleine Anzahl n<<N gelehrt werden. Festzulegen war, welche Vokabeln an welchem Tag gelehrt bzw. wiederholt werden sollten. Wir verfügen über eine große Anzahl von Lerntheorien, aber zu diesem präzisen praktischen Problem kann keine von ihnen eine präzise Handlungsanweisung geben. Wohl aber können dies mathematische Lernmodelle, die Großgruppen dieser Lerntheorien entsprechen. ATKINSON u. PAULSON benutzen u.a. Modelle der 'graduellen' und der 'alles oder nichts' Theorien. Jedes dieser Modelle erlaubt, die Wahrscheinlichkeit anzugeben, daß ein Lernelement bei der i-ten Darbietung falsch reproduziert wird: q_i. Für jedes Lernmodell kann deshalb eine Größe

$$q_{i-1} - q_i$$

abgeleitet werden. Die Optimierungsaufgabe führt zu der Strategie, genau jene Vokabeln wiederholen zu lassen, bei denen diese Größe maximal wird, d.h. bei denen eine erneute Darbietung gegenüber der vorhergehenden die größte Reduktion der Fehlerwahrscheinlichkeit erwarten ließe. Für verschiedene Modelle war diese Optimierung verschieden schwer zu realisieren aber im Ergebnis zeigte sich, daß diejenigen Studenten am weitaus besten und dauerhaftesten gelernt hatten, bei denen die Vorgabe aufgrund der Strategie erfolgt war, die aus dem bisher best bestätigten Lernmodell unter den benutzten abgeleitet wurde ('random trial increments model'von NORMAN).

15) Eine weitere Funktion mathematischer Modelle besteht darin daß man sie für praktische Zwecke nutzbar machen kann, indem man z.B., wie TACK (1969) anführt,bei einem Entscheidungstraining für Politiker mit Hilfe mathematischer Modelle für sozialpsychologische Prozesse auf Rechenanlagen realistische Entscheidungskonsequenzen simulieren kann. Würde man analog ein Trainingsprogramm für Jugendgruppenleiter initiieren,

die lernen sollen, wie sich ihre Leitung der Gruppe (z.B. ihre externen Anforderungen an die Gruppe) auswirkt, liegt es nahe, die 'Homanschen Regeln' dafür zu benutzen, die ja den Zusammenhang dieser Variable mit Sympathie, Aktivität und Interaktionen in der Gruppe behandelt. Offensichtlich ist nun aber nur SIMONs System von Differentialgleichungen für die Verarbeitung als Simulationsmodell geeignet, zumal bereits oben darauf hingewiesen wurde, daß das ursprüngliche System nicht geschlossen ist, so daß die psychologischen Variablen bei Verwendung der verbalen Version über alle Grenzen wachsen könnten, was keine realistische Entscheidungskonsequenz ermöglicht.

(16) Als letzte positive Leistung sei erwähnt, was an die zuweilen so bezeichnete 'ideologiekritische' Funktion der Wissenschaft erinnert: der Nachweis, daß bestimmte, bisher nicht angezweifelte Grundannahmen nicht zutreffen. BARTOS (1967) schildert ein Beispiel, in dem aus "allgemein akzeptierten Annahmen" heraus ein Markoff-Modell sozialer Mobilität erstellt wurde, dessen Implikationen dann aber der empirischen Überprüfung nicht standhielten. Die Annahmen selbst wären wohl kaum einer Prüfung unterzogen worden, selbst wenn es praktisch möglich gewesen wäre, denn sie waren ja allgemein anerkannt. Erst durch die empirische Arbeit mit den aus ihnen gewonnen Implikationen, nach ihrer mathematischen Formulierung, sind diese vermeintlich gültigen Sätze fragwürdig geworden. Ebenso stellten die Erfolge selbst simpelster 'alles oder nichts' Modelle die bis dahin fest verankerte Meinung in Frage, daß ein Lernender bei jeder Darbietung des Lernstoffes notwendig ('graduell') dazulerne.

2. PROBLEME DER KONFORMITÄTSFORSCHUNG

Die Situation der sozialpsychologischen Konformitätsforschung entspricht etwa der im vorigen Abschnitt gegebenen Kennzeichnung einer 'jungen Wissenschaft': es gibt zahlreiche empirische Untersuchungen, aber nur wenig Versuche der theoretischen Integration.

Als Paradigma vieler Experimente in diesem Bereich dienen die klassischen Experimente von ASCH (z.B. 1956). Diese Experimente lassen sich etwa folgendermaßen charakterisieren: die Teilnehmer an der Untersuchung sind außer dem Versuchsleiter und der 'naiven' Versuchsperson eine Gruppe von Personen, die als 'Konfidenten' des Versuchsleiters bezeichnet werden; sie werden der 'naiven' Versuchsperson als ihresgleichen vorgestellt, verhalten sich aber gemäß den vorherigen Weisungen des Versuchsleiters. Während des Versuchs werden den Versuchspersonen Aufgaben gestellt, die sehr einfach sind: etwa das Zählen von Metronomschlägen oder Vergleichen einfacher geometrischer Figuren. Charakteristisch für die ASCH-Situation ist, daß die Aufgaben eine objektiv richtige und den Versuchspersonen bekannte Lösung haben. Die Zahl der Antwortalternativen ist mindestens zwei, oft aber größer. Die Anweisungen des Experimentators an die Konfidenten sind darauf ausgerichtet, sozialen Druck zu erzeugen: die Konfidenten geben entweder auf alle, oder aber nur auf bestimmte Aufgaben falsche Antworten. Meist wird es so eingerichtet, daß die 'naive' Versuchsperson ihre Antwort erst nach den Konfidenten zu geben hat. Sie hat dann prinzipiell die Möglichkeit, eine falsche, d.h. konforme Antwort zu geben, oder eine richtige, d.h. nonkonforme Antwort zu geben.

Bekannt gewordene Versuche zur Integration des Gebiets sind einige eindimensionale Konzeptionen (WALKER u. HEYNS, 1962: Konformität vs. Antikonformität; ASCH, 1956: Konformität vs. Unabhängigkeit; ALLPORT, 1934: Konformität vs. Unabhängigkeit und Antikonformität), sowie mehrdimensionale Ansätze (vgl. KRECH et al., 1962; WILLIS, 1963: 'triangle model'; WILLIS, 1965:'diamond model'). Diese Konzeptionen stellen aber vornehmlich Datenreduktionen und -integrationen dar. Sie sind

insofern nicht eigentliche theoretische Integrationen, als sie eine fundamentale Funktion von Theorien in der Wissenschaft nicht erfüllen: nämlich anzugeben, was in einem Gegenstandsbereich beobachtet werden soll, und wie das zu geschehen hat. Die Feststellung, daß in Konformitätsexperimenten konforme, antikonforme und unabhängige Antworten gegeben werden, schreibt nicht vor, mit Hilfe welcher Kennwerte diese Verhaltensweisen optimal zu erfassen sind. Eine solche Eigenschaft besitzen aber insbesondere theoretische Konzeptionen darüber, welcherart der sich abspielende psychologische Prozeß ist. Derartige Konzeptionen scheinen aber in diesem Bereich, sofern sie existieren, keine Verbindlichkeit erlangt zu haben: es werden die verschiedensten Maße nebeneinander benutzt.

Diese Situation verursacht im wesentlichen zwei Probleme.
1) Damit Ergebnisse über einen Gegenstandsbereich gesichert genannt werden dürfen, bedarf es der Garantie, daß der Gegenstand in seinen maßgeblichen Aspekten erfaßt worden ist. Diese maßgeblichen Aspekte sind aber nur im Rahmen einer Theorie angebbar. Mangels einer Theorie über den Prozeß ist aber nicht gesichert, daß die verschiedenen Konformitätsmaße, einzeln oder zusammengefaßt, tatsächlich maßgebliche Aspekte des Prozesses erfassen. Dies ist für die Konformitätsforschung besonders deshalb wichtig, weil sie sich vornehmlich damit beschäftigt, wie konformes Verhalten von situativen Variablen und Persönlichkeitseigenschaften abhängt (vgl. dazu Überblicke wie ASCH, 1951; BERG u. BASS, 1961; McDAVID u. HARARI, 1968). Bei den 'theorielosen Maßen' besteht die Gefahr, daß die in diesen Untersuchungen gewonnenen Ergebnisse nur für nebensächliche Aspekte konformen Verhaltens gelten.
2) Das Nebeneinander verschiedener Maße ist außerdem Teil eines fatalen Kreises, der das Dilemma der Konformitätsforschung darstellt. Dabei muß beachtet werden, daß die experimentelle Arbeit in diesem Gebiet vergleichsweise stark eingeschränkt ist: man benötigt sehr naive Versuchspersonen, und die Experimente können nicht an den gleichen Personen, und nur selten am gleichen Ort wiederholt werden. Daher ist ein

Forscher bei Integrationsversuchen in großem Maße auf das Studium der Literatur angewiesen. Die Verschiedenheit der dort verwendeten Maße verhindert aber praktisch eine induktive Theoriebildung. Die fehlende Theoriebildung verursacht wiederum die Verschiedenheit der Maße für konformes Verhalten, usw.! Es ist nicht abzusehen, wie es zu einer theoretischen Integration des Gebiets kommen könnte, wenn dieser Kreis nicht durchbrochen wird.

Diese Überlegungen verdeutlichen das doppelte sozialpsychologische Ziel dieser Arbeit: einerseits eine theoretische Konzeption für denjenigen Prozeß vorzuschlagen, der sich in Konformitätsexperimenten abspielt, und andererseits auf der Basis dieser Konzeption ein geeignetes Verhaltensmaß für diese Experimente abzuleiten. Das hätte neben der theoretischen Integration und der Möglichkeit ihrer Verwerfung zwei positive Effekte: die Vergleichbarkeit von Experimenten wäre gewährleistet, und die Experimente selbst könnten besser als bisher ihre Doppelfunktion als gesicherte inhaltliche Forschung einerseits und empirisches Korrektiv für Theorien andererseits erfüllen.

Mathematische Modelle schreiben in der Regel stringent vor, welche Sachverhalte im Experiment beobachtet werden müssen, und sie fassen diese Informationen meist in den freien Parametern eines Modells zusammen. In diesen ist wegen der zahlreichen Deduktionen aus dem Modell auch die Information über nicht eigens erfaßte Kennwerte, z.B. sequentielle, enthalten.

Aus dieser Darlegung ergibt sich auch die "Absicht P", in der hier mathematische Modelle benutzt werden: nämlich sich der sog. 'Mathematischen Psychologie' instrumentell zu bedienen, um in einem gegebenen psychologischen Forschungsbereich die bekannten Funktionen nutzbar zu machen: in diesem Falle insbesondere die aus dem Modell folgenden Verhaltenskennwerte bereitzustellen, um der experimentellen Forschung den Anschein einer gewissen Beliebigkeit zu nehmen, und diejenigen Forderungen zu erfüllen helfen, die von der Wissenschaftstheorie an sie gestellt werden. Denn die Aufstellung von Katalogen,

die manipulierte Variablen und erhaltenen Ergebnisse aufzählen, hat nicht nur für ATKINSON et al. (1965, S. 25) "den wissenschaftlichen Wert eines Telefonbuchs".

Die grundlegende Prämisse bei der folgenden Entwicklung zweier stochastischer Modelle für diesen Bereich läßt sich im Kontrast zu einigen Experimenten darstellen. Es kann nämlich aus den Berichten über die Experimente auf diejenige theoretische Konzeption geschlossen werden, die der Experimentator zumindest implizit über den beobachteten Prozeß hat: dazu ist lediglich die Annahme nötig, daß Experimentatoren möglichst informative und maßgebliche Zusammenfassungen der Ergebnisse zu geben beabsichtigen. ASCH (1956), BLAKE et al.(1956-57) und COLEMAN et al.(1958) beispielsweise berichten Prozentzahlen für richtige und falsche (d.h. nonkonforme und konforme) Antworten der 'naiven' Versuchspersonen. Der einzige Prozeß, der durch diese Information vollständig spezifiziert ist, ist der von unabhängigen Ereignissen mit stationären Wahrscheinlichkeitsverteilungen: bei zwei Reaktionsklassen also etwa der Münzwurf (mit $0 \leq p(A) \leq 1$) als Modell für den Prozeß. Daß eine solche Auffassung unzutreffend ist, ist die Grundlage der im Folgenden vorgeschlagenen Modelle: der sich in solchen Experimenten abspielende Prozeß wird als prinzipiell dynamisch konzipiert.

3. DAS MODELL VON B.P. COHEN

In Sammelreferaten über mathematische Modelle in der Sozialpsychologie wird oft ein stochastisches Modell für Konformitätsverhalten erwähnt, das von B.P. COHEN (1958, 1962) entwickelt wurde (vgl. dazu auch BARTOS, 1967, RAPOPORT, 1963, und TACK, 1969). Dieses Modell wurde für die Anwendung auf die im vorhergehenden Abschnitt charakterisierte ASCH-Situation entwickelt und bedient sich der Theorie der Markoff-Ketten, auf der auch die im Folgenden neu vorgeschlagenen Modelle basieren. Da das Prinzip der Modellentwicklung bei diesem und den folgenden Modellen gleich ist, werde ich dieses Prinzip bereits hier schildern und im Folgenden darauf verzichten.

Zunächst werden von COHEN aus der Theorie der Markoff-Ketten entlehnte theoretische Größen eingeführt, die sog. 'Zustände', die sodann durch Modellannahmen mit Beobachtungsdaten verknüpft werden. COHEN nimmt an, daß die 'naive' Versuchsperson in der ASCH-Situation sich stets in genau einem von vier Zuständen befindet, für die dann weiterhin gelten soll:

Zustand Z_1: Personen im Zustand Z_1 geben richtige, d.h. nonkonforme Antworten; sie werden das auch in Zukunft ebenso tun;

Zustand Z_2: Personen im Zustand Z_2 geben richtige, d.h. nonkonforme Antworten; bei zukünftigen Aufgaben kann sich dies durchaus ändern;

Zustand Z_3: Personen im Zustand Z_3 geben falsche, d.h. konforme Antworten; bei zukünftigen Aufgaben kann sich das durchaus ändern;

Zustand Z_4: Personen im Zustand Z_4 geben falsche, d.h. konforme Antworten; sie werden das auch in Zukunft ebenso tun.

Dabei wird angenommen, daß die 'naive' Versuchsperson zu Beginn des Experiments, d.h. bevor sie dem sozialen Druck ausgesetzt wird, im Zustand Z_2 ist.

In weiteren Modellannahmen werden nun Aussagen über die Wahrscheinlichkeiten formuliert, mit denen Versuchspersonen zwischen zwei Aufgaben von einem Zustand in einen anderen

Zustand wechseln. Es ist nun charakteristisch für Markoff--Ketten, daß einerseits diese 'Übergangswahrscheinlichkeiten' für alle Zeitpunkte bzw. Aufgaben gleich bleiben, und daß andererseits die Wahrscheinlichkeit, bei der nächsten Aufgabe in den Zustand Z_i überzugehen, davon abhängt, in welchem Zustand sich die Person im Moment befindet. In Abbildung 1 sind die von COHEN angenommenen möglichen Übergänge zwischen den Zuständen mit den ihnen zugeordneten Wahrscheinlichkeiten zusammengefaßt: dabei fällt auf, daß die Versuchspersonen von einer Aufgabe zur nächsten nur in den jeweils 'benachbarten Zustand' wechseln können, nicht jedoch von Z_2 nach Z_4 oder Z_3 nach Z_1; außerdem verbleiben Personen, die sich in Z_1 oder Z_4 befinden, mit Wahrscheinlichkeit 1 in diesen Zuständen: solche Zustände heißen 'absorbierend'.

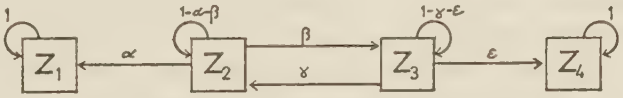

Abbildung 1: Das Modell von COHEN (1958)

Ich werde trotz der Existenz dieses Modells neue Modelle vorschlagen, weil ich zwei Aspekte am Modell COHENs für verbesserungswürdig halte.

1) COHENs Modell zeichnet sich durch geringe Deduktionsmöglichkeiten aus. So konnten zunächst (COHEN, 1958) nur zwei Wahrscheinlichkeiten abgeleitet werden, die das Auftreten von solchen Antwortsequenzen betreffen, die ausschließlich konforme bzw. nonkonforme Antworten enthalten. Die Schätzung der vier freien Parameter des Modells wurde dadurch erreicht, daß aus einer großen Anzahl in Frage kommender Übergangsmatrizen auf einer Rechenanlage iterativ diejenige herausgesucht wurde, die die beste Anpassung an die empirisch gefundenen 'Lernkurven' für (non)konforme Antworten lieferte. (Dazu wird keine spezielle Deduktion aus einem gegebenen Modell benötigt, sondern ein Theorem aus der allgemeinen Theorie der Markoff-Ketten). Die empirische Überprüfbarkeit des Modells war damit auf die beobachtbaren Häufigkeiten der oben erwähnten Sonderfälle von Antwortsequenzen beschränkt. Dennoch benutzte

COHEN (1958) die Matrizen der Übergangswahrscheinlichkeiten sofort für Vergleiche verschiedener situativer Bedingungen.

Später wurde von anderen Autoren eine weitere Ableitung und eine verbesserte iterative Parameterschätzung erarbeitet, wobei aber die neue Ableitung gleichzeitig als Grundlage der Parameterschätzung diente (vgl. COHEN, 1962, S. 1o7), so daß die empirische Prüfbarkeit des Modells lediglich um die 'Lernkurven' erweitert wurde, die nun nicht mehr für die Parameterschätzung benötigt wurden. KEMENY u. SNELL stellten dann eine analytische Parameterschätzung zur Verfügung (vgl. BARTOS, 1967), die mit der beobachteten Häufigkeit von Antwort-Wechseln arbeitete. Der von BARTOS (1967) angestellte Vergleich zwischen empirischen und theoretischen Häufigkeiten von Reaktions-Wechseln ist deshalb zur Modellüberprüfung nicht tauglich, weil tautologisch.

2) Der zweite Einwand richtet sich gegen die postulierte Struktur des Prozesses (vgl. das Zustandsdiagramm). 'Zustände' in einer modellhaft benutzen Markoff-Kette sollten etwas sein, das 'psychologischen Zuständen' entspricht, z.B. verschiedene Kenntnisgrade bei Lernmodellen. Die Absorptionszustände sind inhaltlich leicht als 'Entscheidung, ab jetzt nur noch (non)konform zu antworten' interpretierbar und psychologisch sinnvoll. Darüber hinaus wird aber postuliert, daß eine Versuchsperson, die diese Entscheidung noch nicht getroffen hat, sich von einem Zustand in einen anderen begeben muß, wenn sie beipsielsweise nach einer konformen eine nonkonforme Antwort geben will. Insbesondere stört an dieser angenommenen Struktur die Restriktion, daß eine Versuchsperson die 'Entscheidung, nur noch konform zu antworten' nicht nach einer nonkonformen Antwort treffen kann, sondern sich zumindest beim nächsten Urteil erst in einen intermediären Zustand begeben muß. (Analoges gilt für die nonkonforme Absorption.) Ich halte dies für eine zu strenge Restriktion, und würde vermuten, daß der Übergang in absorbierte Konformität im Gegenteil eher nach den für solche Personen negativen Erfahrungen bei einer nonkonformen Antwort geschehen könnte.

Die im Folgenden vorgeschlagenen Modelle enthalten dementsprechend weniger Annahmen bzw. Restriktionen und wären deshalb bei gleicher empirischer Bestätigung, einem sehr alten Argument von POPPER folgend, als einfachere Modelle dem komplexeren von COHEN vorzuziehen.

Schließlich soll in dieser Arbeit gegenüber COHENs Arbeit und damit auch gegenüber der traditionellen Arbeitsweise mit mathematischen Modellen ein etwas verschiedener Akzent auf die Modellentwicklung gesetzt werden. Klassischerweise geht man auch in der mathematisch orientierten Psychologie von Daten aus, die an Versuchspersonengruppen gewonnen wurden: so erfolgt beispielsweise die Parameterschätzung (und damit auch die empirische Modellüberprüfung) in der Regel unter der Annahme 'identischer Versuchspersonen'. D.h. es wird angenommen, daß in der gegebenen experimentellen Situation alle Modellparameter für alle Versuchspersonen gleich sind, so daß die von einzelnen Personen erhaltenen Ergebnisse als unabhängige Replikationen des Versuchs mit der 'typischen' oder 'wahren' Versuchsperson gedeutet werden können. Diese Annahme wird durch die Algorithmen einiger Techniken der Parameterschätzung geradezu gefordert, und sie ist auch für andere Techniken unter Berücksichtigung des Einzeldaten anhaftenden Meßfehlers eine sehr sinnvolle Annahme, die zudem noch die Möglichkeiten zur statistischen Überprüfung empirischer und theoretischer Daten verbreitert.

Andererseits hat diese Annahme 'identischer Versuchspersonen' zwei weniger erwünschte Nebeneffekte: sie bietet zusätzliche Möglichkeiten zur Exhaustion, wenn das Modell empirisch nicht bestätigt ist, und sie lenkt den Blickpunkt von den individuellen Versuchspersonen ab. Selbst wenn man nicht an der Messung individueller psychologischer Eigenschaften interessiert ist, wäre die Konzentration auf individuelle Versuchspersonen gerade im Bereich der Konformität aus forschungsökonomischen Gründen angebracht: es wurde schon erwähnt, daß die Möglichkeiten, in diesem Bereich experimentell zu arbeiten,

recht eingeschränkt sind. Untersucht man beispielsweise die Abhängigkeit konformen Verhaltens von Persönlichkeitseigenschaften, so bedarf es dazu auf der Basis der Analyse individueller Personen eines gewissen experimentellen Aufwands; wird nun für die Parameterschätzung eine Gruppe von mindestens k Personen benötigt, so vervielfacht sich der experimentelle Aufwand um das mindestens k-fache. Deshalb soll im Folgenden sowohl aus Gründen der experimentellen Ökonomie als auch aus Interesse an der Messung individueller psychologischer Eigenschaften der Akzent bei Parameterschätzung und Deduktionen hauptsächlich auf die Analyse individueller Antwortsequenzen gelegt werden.

4. MODELL I

Der Gegenstandsbereich, für den dies und das folgende Modell vorgeschlagen werden, ist die Klasse derjenigen Experimente, die dem oben geschilderten Paradigma der ASCH-Experimente folgen. Bei beiden Modellen wird davon ausgegangen, daß den Versuchspersonen eine Folge von Aufgaben vorgelegt wird, und daß die Antworten, die die Versuchspersonen auf diese Aufgaben geben, als entweder 'richtig' bzw. 'nonkonform' oder 'falsch' bzw. 'konform' klassifiziert werden können; eine genauere Unterscheidung zwischen den falschen Antworten ist hier nicht vorgesehen. Die beiden vorgeschlagenen Modelle sind sowohl auf solche Experimente anwendbar, in denen die Konfidenten des Versuchsleiters bei jeder Aufgabe falsche Antworten geben, als auch auf solche, in denen sie dies nur bei einem Teil der Aufgaben tun: in beiden Fällen befaßt sich die Analyse nur mit den Antworten der 'naiven' Versuchsperson auf diejenigen Aufgaben, bei denen falsche Konfidentenantworten gegeben wurden.

Mit 'π_i' wird im Folgenden die Aufgabenschwierigkeit bezeichnet: damit ist die Wahrscheinlichkeit einer richtigen Antwort auf Aufgabe i außerhalb des Experiments gemeint. Also etwa die relative Häufigkeit, mit der die Versuchsperson(en) diese Aufgabe im alltäglichen Leben richtig beantworten.

Das Vorgehen bei der Modellentwicklung ist analog zu dem beim Modell COHENs geschilderten Prinzip: zunächst werden als theoretische Größen 'Zustände' eingeführt; sodann werden in weiteren Modellannahmen Wahrscheinlichkeitsaussagen darüber formuliert, wie die Übergänge von einem Zustand in einen anderen Zustand geschehen, und wie die Zustände mit den im Experiment beobachtbaren Antworten der Versuchspersonen verknüpft sind. Die Annahmen über die Übergangswahrscheinlichkeiten werden so formuliert, daß der für die Zustände angenommene Prozeß eine Markoff-Kette darstellt. Diese Zustände sind jedoch im Experiment nicht direkt beobachtbar.

4.1 Zur Notation

Es bezeichne

i: Laufindex der Aufgaben mit falscher Konfidenten-antwort;
$i = 1,2,3,.....N$, und
i=0: bei Versuchsbeginn, vor der ersten Konfidenten-Antwort;

π_i: Wahrscheinlichkeit einer richtigen Antwort für Aufgabe i,

Y_i: Zustands-Indikatorvariable

X_i: Reaktions-Indikatorvariable

4.2 Anwendungsbereich

(1) $\pi_i = \text{const.} = 1$

(2) $X_i = \begin{cases} nc, & \text{wenn bei Aufgabe i eine richtige (nonkonforme) Antwort gegeben wird} \\ c, & \text{wenn bei Aufgabe i eine falsche (konforme) Antwort gegeben wird} \end{cases}$

4.3 Modellannahmen

(A 1) $Y_i = \begin{cases} K, & \text{wenn die Person bei Aufgabe i im 'konformen' Zustand ist} \\ D, & \text{wenn die Person bei Aufgabe i im 'unentschlossenen' Zustand ist} \\ NK, & \text{wenn die Person bei Aufgabe i im 'nonkonformen' Zustand ist} \end{cases}$

(A 2) $P(Y_0 = D) = 1$

(A 3) $P(Y_i = K|Y_{i-1} = D) = \alpha$

$P(Y_i = NK|Y_{i-1} = D) = \beta$

$P(Y_i = D|Y_{i-1} = D) = 1-\alpha-\beta$

(A 4) $P(Y_i = K|Y_{i-1} = K) = 1$

$P(Y_i = NK|Y_{i-1} = NK) = 1$

(A 5) $P(X_i = c|Y_i = D) = p$

$P(X_i = nc|Y_i = D) = 1-p$

(A 6) $P(X_i = c|Y_i = K) = 1$

$P(X_i = nc|Y_i = NK) = 1$

(A 7) Diese Annahmen gelten für alle i = 1,2,3,.....N

Es handelt sich also bei Modell I bezüglich der Zustände um eine Markoff-Kette mit zwei absorbierenden Rändern. Die Antworten der Versuchsperson auf die experimentellen Aufgaben erfolgen in den absorbierenden Zuständen mit Wahrscheinlichkeit 1, im Zustand D erfolgen sie gemäß Bernoulli-trials. Das Modell kann in folgender Implikation zusammengefaßt werden:

$$P(X_i = c) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 1-\alpha-\beta & \beta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 \\ p \\ 0 \end{bmatrix}, \forall i=1,2,....N$$

wobei:
Zeilenvektor: Startwahrscheinlichkeiten
Matrix: Übergangswahrscheinlichkeiten
Spaltenvektor: bedingte Antwortwahrscheinlichkeiten
(vgl. z.B. FELLER, 1957)

In Abbildung 2 sind die Annahmen veranschaulicht dargestellt. Betrachtet man individuelle Versuchspersonen, so können diese offensichtlich nur in K oder in NK absorbiert werden. Für

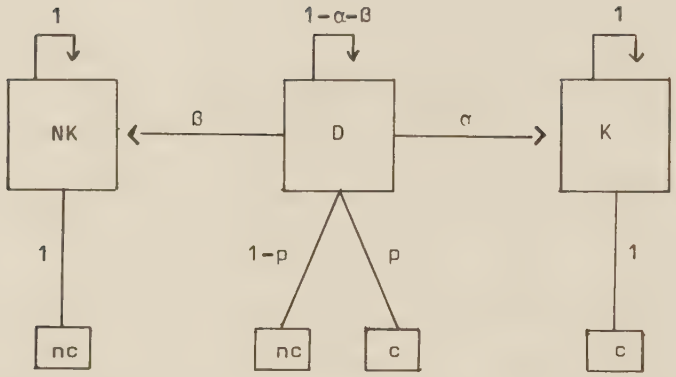

Abbildung 2: Prozeßdiagramm für Modell I; Prozeßbeginn im Zustand D laut Annahme (A 2).

individuelle Versuchspersonen reduziert sich dieses Modell also auf zwei Teilmodelle mit den Zuständen D und K bzw. D und NK. Diese Teilmodelle ähneln dem 'one element model' von BOWER (vgl. ATKINSON et al., 1965). Tatsächlich sind die Teilmodelle bis auf eine Annahme mit dem 'one element model' identisch: im vorliegenden Modell ist der Übergang in einen absorbierenden Zustand bereits bei der ersten Antwort möglich - eine für Konformitätsexperimente unerlässliche Annahme. Dieser Unterschied wirkt sich auf die Ableitungen und auf die Parameterschätzung aus. Die Bestandteile der Ausgangsgleichungen für die Ableitung von Zufallsvariablen enthalten in der Regel einen Faktor $(1-\alpha-\beta)$. Das führt wiederum dazu, daß die Schätzfunktionen für die Parameter, sofern sie nach der maximum likelihood Methode bestimmt werden, von höherem Grad als die des 'one element model' sind.

4.4 Ableitungen aus Modell I

Die Ableitungsschritte werden hier lediglich skizziert und nicht ausführlich dargestellt werden, weil sie wegen der Analogie zum 'one element model' den dortigen Ableitungstechniken -bis auf die erwähnte Ausnahme- entsprechen. Die speziellen Ableitungstechniken sind bei ATKINSON et al. (1965, S. 88ff) eingehend beschrieben.

Für die Wahrscheinlichkeit, bei Aufgabe i im Zustand D zu sein, ergibt sich direkt aus Abbildung 2:

$$P(Y_i = D) = (1-\alpha-\beta)^i \qquad <1>$$

Die Wahrscheinlichkeit, bei Aufgabe I in einem der absorbierenden Zustände zu sein, ergibt sich als die Summe der Wahrscheinlichkeiten, daß die Absorption bei Aufgabe 1,2,3,... i erfolgte:

$$P(Y_i = K) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\,(1-(1-\alpha-\beta)^i) \qquad <2>$$

$$P(Y_i = NK) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\,(1-(1-\alpha-\beta)^i) \qquad <3>$$

Die Wahrscheinlichkeiten, bei Aufgabe i konforme bzw. nonkonforme Antworten zu geben, ergeben sich aus <1> bis <3> und der Annahme (A5) bzw. (A6):

$$P(X_i = c) = p(1-\alpha-\beta)^i + \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\,(1-(1-\alpha-\beta)^i) \qquad <4>$$

$$P(X_i = nc) = (1-p)(1-\alpha-\beta)^i + \frac{\beta}{\alpha+\beta}\,(1-(1-\alpha-\beta)^i) \qquad <5>$$

DEFINITION: $T_{j,N}$ ist eine Zufallsvariable, die die Anzahl der Antworten vom Typ j in einer Sequenz der Länge N zählt; j = (c,nc).

Das beobachtbare Ereignis, daß eine Sequenz der Länge N ausschließlich aus Antworten eines Typs besteht, kann auf (N+1)

verschiedene Weisen entstehen (hier am Beispiel konformer Antworten):

(1) Absorption in K bei Aufgabe 1, N c-Antworten aus K;
(2) Absorption in K bei Aufgabe 2, (N-1) c- Antworten aus K und 1 c-Antwort aus D;

⋮

(N) Absorption in K bei Aufgabe N, 1 c-Antwort aus K, (N-1) c-Antworten aus D;
(N+1) keine Absorption, N c-Antworten aus D.

Die Summe dieser Einzelwahrscheinlichkeiten ergibt:

$$P(T_{nc.N}=0) = \frac{\alpha}{1-p(1-\alpha-\beta)} \left(1 - p^N(1-\alpha-\beta)^N\right) \qquad < 6 >$$

$$P(T_{c.N}=0) = \frac{\beta}{1-(1-p)(1-\alpha-\beta)} \left(1 - (1-p)^N(1-\alpha-\beta)^N\right) \qquad < 7 >$$

DEFINITION: L_j ist eine Zufallsvariable, die angibt, bei welcher Aufgabe die letzte konforme Antwort (j=c) vor einer abschließenden Sequenz nonkonformer Antworten auftritt, bzw. die letzte nonkonforme (j= nc) Antwort vor einer abschließenden Sequenz konformer Antworten auftritt.
L_j nimmt die Werte i = 1,2,3...N an; die abschliessende Sequenz hat die Länge N-i.

Die Wahrscheinlichkeit, daß die letzte Antwort vom Typ j bei Aufgabe i auftritt, ergibt sich aus dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten, daß bei Aufgabe i eine solche Antwort gegeben wird, und daß in der anschließenden Antwortfolge keine solche Antwort mehr auftritt; d.h.

$$P(L_c = i) = p(1-\alpha-\beta)^i \cdot P(T_{c.N-i} = 0) \qquad < 8 >$$

$$P(L_{nc} = i) = (1-p)(1-\alpha-\beta)^i \cdot P(T_{nc.N-i} = 0) \qquad < 9 >$$

Für die Erwartungswerte dieser Wahrscheinlichkeitsverteilungen ergibt sich dann:

$$E\{L_c\} = \frac{p(1-\alpha-\beta)}{(1-(1-p)(1-\alpha-\beta))\cdot\beta} \qquad <10>$$

$$E\{L_{nc}\} = \frac{(1-p)(1-\alpha-\beta)}{(1-p(1-\alpha-\beta))\cdot\alpha} \qquad <11>$$

(Dabei wurde unter Inkaufnahme eines vernachlässigbar kleinen Fehlers angenommen, daß (N-i) sehr groß ist.)

DEFINITION: $t_{j.i}$ ist eine Zufallsvariable, die die Anzahl der Antworten vom Typ j bei Aufgabe i zählt.

Wir vereinbaren: $X_i' = \begin{cases} 1, \text{ wenn } X_i = j \\ 0, \text{ andernfalls} \end{cases}$

Dann gilt: $E\{t_{j.i}\} = P(X_i' = 1)$

Weiterhin gilt dann für die oben definierte Zufallsvariable $T_{j.N}$:

$$E\{T_{j.N}\} = \sum_{i=1}^{N} E\{t_{j.i}\} = \sum_{i=1}^{N} P(X_i' = 1)$$

und somit unter Benutzung der Gleichungen <4> und <5>:

$$E\{T_{c.N}\} = \frac{1}{\alpha+\beta}\left(N\alpha + (1-\alpha-\beta)(p - \frac{\alpha}{\alpha+\beta})(1-(1-\alpha-\beta)^N\right) \qquad <12>$$

$$E\{T_{nc.N}\} = \frac{1}{\alpha+\beta}\left(N\beta + (1-\alpha-\beta)(1-p - \frac{\beta}{\alpha+\beta})(1-(1-\alpha-\beta)^N\right) \qquad <13>$$

Für individuelle Versuchspersonen reduzieren sich diese beiden allgemeinen Gleichungen je nach Absorptionsverhalten, weil entweder $\alpha = 0$ oder $\beta = 0$. Für Versuchspersonen, die N Aufgaben lang in D verbleiben, ergibt sich $E\{T_{j.N}\}$ aus der Binomialverteilung mit $P(X_i = c) = p$.

Sequentielle Kennwerte werden hier nur für NK-absorbierte Versuchspersonen bzw. -gruppen abgeleitet. Die entsprechenden Kennwerte für K-absorbierte Versuchspersonen bzw. -gruppen ergeben sich, wenn die p's und β's gegen (1-p) bzw. α ausgetauscht werden. Für Versuchspersonengruppen, in denen

verschiedene Absorptionen zu beobachten sind, sind entsprechende Kennwerte gegenstandslos, da hier die Annahme 'identischer Versuchspersonen' augenfällig verletzt ist.

DEFINITION: $F_{k.i}$ ist eine Zufallsvariable, die bei Aufgabe i die Anzahl angibt, mit der genau k aufeinanderfolgende konforme Antworten folgen.
Für jedes k und jedes i nimmt $F_{k.i}$ die Werte o oder 1 an.

Hilfsgröße: $b = P(X_i = c | X_{i-1} = c)$
$= p(1-\beta)$

b gibt die Wahrscheinlichkeit, mit der auf eine konforme Antwort eine weitere konforme folgt. Damit bei Aufgabe i=1 genau k konforme Antworten hintereinander folgen, muß sich Folgendes ereignen: eine c-Antwort bei Aufgabe 1, sodann (k-1) mal das Ereignis 'konforme Antwort nach einer konformen', und sodann das Ereignis 'keine konforme Antwort nach einer konformen'. Das Produkt der Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse ergibt:

$$P(F_{k.i=1}=1)=(1-\beta)p \cdot b^{k-1} \cdot (1-b) \qquad < 14 >$$

Damit dies Ereignis $F_{k.i}= 1$ für Aufgaben i>1 auftritt, muß weiterhin sichergestellt werden, daß bei Aufgabe i-1 keine konforme Antwort gegeben wird. Damit ergibt sich:

$$P(F_{k.i>1} = 1) = (1-\beta)^{i-1}(1-p)b^{k}(1-b) \qquad < 15 >$$

Weiterhin gilt: $E\{F_{k.i}\} = P(F_{k.i} = 1)$.

DEFINITION: F_k ist eine Zufallsvariable, die die Anzahl der an beliebiger Stelle beginnenden Teilsequenzen von genau k hintereinanderfolgenden konformen Antworten zählt.
Für jedes k nimmt F_k die Werte o,1,2,.... an.

Für den Erwartungswert dieser Zufallsvariable gilt:

$$E\{F_k\} = E\{F_k|i=1\} + E\{F_k|i>1\}$$
$$= P(F_{k,i=1} = 1) + \sum_{i=2}^{\infty} P(F_{k,i>1} = 1)$$

Daraus ergibt sich:

$$E\{F_k\} = b^{k-1}(1-b)(1-\beta)\frac{1}{\beta}(\beta p + b(1-p)) \qquad < 16 >$$

DEFINITION: $\underline{F}$ ist eine Zufallsvariable, die die Anzahl der an beliebiger Stelle beginnenden Teilsequenzen von aufeinanderfolgenden konformen Antworten beliebiger Länge angibt.
F nimmt die Werte o,1,2,... an.

Wegen: $E\{F\} = \sum_{k=1}^{\infty} E\{F_k\}$

ergibt sich hier:

$$E\{F\} = \frac{1}{\beta}(1-\beta)(\beta p + b(1-p)) \qquad < 17 >$$

DEFINITION: H_c ist eine Zufallsvariable, die die mittlere Länge von an beliebiger Stelle beginnenden Teilsequenzen von aufeinanderfolgenden konformen Antworten angibt.

Es gilt:

$$E\{H_c\} = \frac{E\{T_c\}}{E\{F\}} = \frac{1}{1-b} \qquad < 18 >$$

4.5 Parameterschätzungen

In Abschnitt 3 habe ich ausgeführt, daß in dieser Arbeit der Akzent auf der Analyse der Antworten individueller Versuchspersonen liegen soll. Dies macht neben der in der mathematisch orientierten Psychologie üblichen Parameterschätzung für Gruppendaten auch Paramaterschätzungen für individuelle Versuchspersonen nötig. In Abschnitt 4.3 habe ich bereits erwähnt, warum hierfür nicht diejenigen Schätzformeln übernommen werden können, die für das 'one element model' entwickelt worden sind. Das für die Parameterschätzungen benutzte Prinzip ist das der maximum likelihood.

4.51 Für individuelle Versuchspersonen

Jede individuelle Antwortsequenz besteht aus einem oder zwei der folgenden drei Bestandteile:

(1) eine Anzahl von richtigen und falschen Antworten im beobachtbar nicht absorbierten Zustand. Das Ende dieses Teils wird von L_j markiert, und er enthält eine Anzahl c falscher, und eine Anzahl nc richtiger Antworten. Seine Länge ist $n = c+nc$;

(2) eine abschließende Sequenz konformer Anworten, oder

(3) eine abschließende Sequenz nonkonformer Antworten.

Die Wahrscheinlichkeiten für diese Bestandteile sind:

$$P(1) = \binom{n}{c} p^c (1-p)^{nc} (1-\alpha-\beta)^n$$

$$P(2) = \frac{\beta}{1-(1-p)(1-\alpha-\beta)} \quad \text{, nach Gleichung <7>}$$

$$P(3) = \frac{\alpha}{1-p(1-\alpha-\beta)} \quad \text{, nach Gleichung <6> ;}$$

dabei wird bei einem vernachlässigbaren Fehler zur Vereinfachung der Grenzwert ($N \to \infty$) dieser Gleichungen benutzt, d.h. es werden hinreichend lange abschließende Sequenzen vorausgesetzt.

Die Wahrscheinlichkeit einer beliebigen individuellen Sequenz, und damit die likelihood Funktion, ergibt sich also als:

$$P(X;\ \alpha,\beta,p) =$$

$$(1-p)^{nc}p^{c}(1-\alpha-\beta)^{n}\left[\frac{\alpha}{1-p(1-\alpha-\beta)}\right]^{k}\left[\frac{\beta}{1-(1-p)(1-\alpha-\beta)}\right]^{nk}$$

$$= L(\alpha,\beta,p|X) \qquad < 19 >$$

wobei: c: Anzahl konformer Antworten bis L_j

nc: Anzahl nonkonformer Antworten bis L_j

n: c + nc

$$k = \begin{cases} 1, & \text{wenn die Sequenz in K absorbiert ist,} \\ o, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

$$nk = \begin{cases} 1, & \text{wenn die Sequenz in NK absorbiert ist,} \\ o, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

Je nach Absorptionsverhalten vereinfacht sich die likelihood Funktion, weil entweder k=o und α=o, oder nk=o und β=o. Logarithmiert man die likelihood Funktion unter Benutzung des logarithmus naturalis und leitet man ln(L) partiell ab, nach p und β bzw. p und α, resultieren zwei quadratische Gleichungen. Setzt man die eine in die andere ein, erweist es sich als zweckmäßig, folgende Rechengrößen zu definieren:

$a = 2c + nc - 1$, und $a' = 2nc + c - 1$

$b = c - 1$ $\qquad\qquad$ $b' = nc - 1$

$d = n - 1$

$e = n + 1$,

die untereinander folgende Beziehungen aufweisen:

$d - b = nc$

$a - c - d = o$

$a - 2c = nc - 1$.

Mit Hilfe dieser Rechengrößen und deren Beziehungen untereinander erhält man aus den ineinander eingesetzten quadratischen Gleichungen die im Folgenden aufgeführten, relativ leicht handhabbaren Schätzungen.

Bei Absorption in K ergibt sich:

(i) $\beta = o$

(ii) $o = \sigma^3(nbe - cn^2) + \sigma^2(e^2 \cdot nc + n(2ce-b-ae)) + \sigma\,(\,n(nc-1) - 2e \cdot nc) + nc$

(iii) $o = p^2(d - d\sigma) - p\,(\,a - b\sigma) + c$

Für den Sonderfall $T_{nc} = 0$ ergibt sich (vgl. S. 74):

(iv) $\beta = o$

(v) $\sigma = 1$

(vi) p: nicht definiert

Bei Absorption in NK ergibt sich:

(i) $\sigma = o$

(ii) $o = \beta^3\,(nb'e - nc \cdot n^2) + \beta^2(e^2c + n(2e \cdot nc - b' - a'e)) + \beta\,(n(c-1) - 2ce) + c$

(iii) $o = (1-p)^2(d - d\beta) - (1-p)(a' - b'\beta) + nc$

Für den Sonderfall $T_c = 0$ ergibt sich (vgl. S. 74):

(iv) $\sigma = o$

(v) $\beta = 1$

(vi) p: nicht definiert

Für nicht-absorbierte Sequenzen folgen die Antwort-Häufigkeiten der Binomialverteilung, und deshalb gilt:

(i) $\sigma = o$, $\beta = o$

(ii) $p = c/N$

4.52 Für 'identische Versuchspersonen'

Es sei : m ein Index, der die m-te Versuchsperson bezeichnet;
$m = 1,2,3...M.$

Es gilt: $L(\theta|M, X) = \prod_{m=1}^{M} L_m$,

und deshalb gilt für Modell I:

$$P(X;\ \alpha,\beta,p,M) =$$

$$(1-\alpha-\beta)^A (1-p)^B\ p^C \left[\frac{\alpha}{1-p(1-\alpha-\beta)}\right]^D \left[\frac{\beta}{1-(1-p)(1-\alpha-\beta)}\right]^E$$

$$= L(\alpha,\beta,p|M,X) \qquad \langle 2o \rangle$$

wobei: $A = \sum_m n_m$; $B = \sum_m nc_m$; $C = \sum_m c_m$;

$D = \sum_m k_m$; $E = \sum_m nk_m$

Nach Logarithmierung, partiellen Ableitungen und einigen Umformungen ergeben sich:

(i) $\alpha = \beta(D/E)$

(ii) $o = \beta^2(y^2)(p^3 f - p^2 g + pk)$
$+\beta(y)(-2p^3 f + p^2(2g+h) - p(2k+m) + C)$
$+ (p^3 f - p^2(g+h) + p(k+m+A))$

(iii) $o = \beta^3(p^2(Ey^3+y^2 f) - p(Ey^3+y^2 f))$
$+\beta^2(-p^2(3Ey^2+2yf) + p(3Ey^2+2ye - y(D+E)$
$- Ey^2 + ey)$
$+\beta\ (p^2(3Ey+f) - p(3Ey+e-E) - E + Ey)$
$+ E\ (p-p^2)$

wobei zur Zusammenfassung die Rechengrößen wie folgt definiert sind:

$y = 1 + D/E$ $\quad e = A - E$ $\quad f = A - D - E$

$g = A+C-2D-E$ $\quad h = D - E$ $\quad k = C - D$

$m = A + D - E$.

Die Gleichungen (ii) und (iii), die die zu bestimmenden Parameter ß und p in jeweils verschiedenen Potenzen enthalten, müssen simul tan gelöst werden. Sie sind denkbar als Kurven in einer p/ß-Ebene, und die Koordinaten ihres Schnittpunkts im Intervall (o,1) sind die gesuchten Parameterwerte.

5. MODELL II

5.1 Die Aufgabenschwierigkeit und Modell I

Das eben beschriebene Modell könnte, unabhängig von den Ergebnissen empirischer Überprüfungen, als psychologisch arm in dem Sinne bezeichnet werden, als in die Annahmen dieses Modells nicht solche Variablen einbezogen wurden, von denen bekannt ist, daß sie einen Einfluß auf die in Experimenten beobachtbare Konformität haben, wie etwa "Ausmaß des sozialen Drucks' oder 'Schwierigkeit der Aufgaben' (vgl. BLAKE et al., 1956). Diese beiden Variablen sind hier stellvertretend für zwei Klassen von Variablen genannt worden, die auf die Entwicklung von Modellen für Konformität verschiedenen Einfluß haben.

Das 'Ausmaß des sozialen Drucks' ist eine Variable, die den Prozeß in dem Sinne beeinflussen könnte, daß größerer sozialer Druck (etwa durch größere Anzahl von Konfidenten, oder durch höheres Prestige der Konfidenten) die Wahrscheinlichkeit erhöht, daß eine Versuchsperson in K absorbiert wird, bzw. diejenige verringert, daß sie in NK absorbiert wird. Auch ein Einfluß auf den Parameter p wäre denkbar. Die Berücksichtigung solcher Variablen würde in erster Linie zu neuen Experimenten führen, in denen die numerischen Werte der freien Modellparameter zur Hypothesenprüfung miteinander verglichen würden.

Die 'Schwierigkeit der Aufgaben' wurde für Modell I mit $\pi = 1{,}0$ angegeben (Abschnitt 4.2; ich benutze hier den in der Testtheorie gebräuchlichen Begriff von 'Schwierigkeit'). Diese Variable steht als Beispiel für diejenige Klassen von Variablen, für die zwar auch bezüglich ihres Einflusses auf beobachtbare Konformität plausible Hypothesen aufgestellt werden können, die aber nicht zu experimentellen Vergleichen herangezogen werden können, ohne daß die Beschaffenheit des Modells vorher verändert werden müßte. Wenn sich nämlich eine Versuchsperson dazu entschlossen hat, nur noch nonkonform zu antworten, so kann sie doch nur in dem Maße richtige Antworten geben, in dem sie über die richtige Lösung verfügt.

Wenn die Aufgaben eine Schwierigkeit von π = o,8o besitzen, erwarten wir von einer Versuchsperson im Zustand NK auch nur 8o Prozent richtige, d.h. nonkonforme Antworten. Bei Berücksichtigung der Aufgabenschwierigkeit müßten also die Annahmen über den Zustand NK gegenüber Modell I folgendermaßen abgeschwächt werden: statt 'bleibt in Zukunft in NK' (A4) und 'gibt ausschließlich nonkonforme Antworten' (A6) (beides mit Wahrscheinlichkeit 1), müßte jetzt angenommen werden: 'bleibt mit Wahrscheinlichkeit 1 im Zustand NK und gibt mit Wahrscheinlichkeit π nonkonforme Antworten'.

Allerdings wirkt sich eine solche Berücksichtigung der Aufgabenschwierigkeit auf das symmetrische Modell I nicht symmetrisch aus. Denn eine Versuchsperson, die sich entschlossen hat, dem Gruppendruck nachzugeben, wird die falschen Antworten der Konfidenten wiederholen. Sie kann zu 1oo Prozent falsche Antworten geben, weil für falsche Antworten die Kenntnis der richtigen Lösung unmaßgeblich ist. Mit anderen Worten: bei Absorption in K würde weiterhin ein L_{nc} mit abschließender Sequenz ausschließlich konformer Antworten existieren, während bei Absorption in NK keine konforme Antwort als L_c identifizierbar wäre und nicht notwendig eine abschließende Sequenz nonkonformer Antworten existieren müßte.

Das Modell II wird den Versuch darstellen, stellvertretend für die zweite Klasse von Variablen die Aufgabenschwierigkeit zu berücksichtigen, um den Experimentatoren nicht die Restriktion aufzuerlegen, stets mit äußerst einfachen Aufgaben zu arbeiten: damit soll der Anwendungsbereich des Modells vergrößert werden. Die erforderlichen Änderungen sollen allerdings nicht die Grundstruktur von drei Zuständen berühren, die Modell I vom Modell COHENs unterscheidet, sondern folgendermaßen erreicht werden: statt wiederum den Zuständen direkt Antwortwahrscheinlichkeiten zuzuordnen, sollen den Zuständen zunächst 'Reaktionstendenzen' für konformes und nonkonformes Verhalten mit gewissen Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden, aus denen heraus dann die Versuchspersonen nach Maßgabe der Aufgabenschwierigkeit richtige oder falsche Antworten geben.

5.2 Zur Notation

Zusätzlich zu den bereits getroffenen Vereinbarungen bezeichne

Z_i: Reaktionstendenz-Indikatorvariable.

5.3 Anwendungsbereich

(1) $\pi_i = \text{const.} = \pi$

(2) $X_i = \begin{cases} nc, & \text{wenn bei Aufgabe i eine richtige (nonkonforme) Antwort gegeben wird} \\ c, & \text{wenn bei Aufgabe i eine falsche (konforme) Antwort gegeben wird} \end{cases}$

5.4 Modellannahmen

(A 1) $Y_i = \begin{cases} K, & \text{wenn die Person bei Aufgabe i im 'konformen' Zustand ist} \\ D, & \text{wenn die Person bei Aufgabe i im 'unentschlossenen' Zustand ist} \\ NK, & \text{wenn die Person bei Aufgabe i im 'nonkonformen' Zustand ist} \end{cases}$

(A 2) $P(Y_o = D) = 1$

(A 3) $Z_i = \begin{cases} F, & \text{wenn die Person bei Aufgabe i die Tendenz hat, eine falsche Antwort zu geben} \\ R, & \text{wenn die Person bei Aufgabe i die Tendenz hat, eine richtige Antwort zu geben} \end{cases}$

(A 4) $P(Z_i = F \mid Y_i = K) = 1$

$P(Z_i = R \mid Y_i = NK) = 1$

$P(Z_i = F \mid Y_i = D) = p$

$P(Z_i = R \mid Y_i = D) = 1-p$

(A 5) $P(X_i = c | Z_i = F) = 1$

$P(X_i = nc | Z_i = F) = 0$

$P(X_i = c | Z_i = R) = 1-\pi$

$P(X_i = nc | Z_i = R) = \pi$

(A 6) $P(Y_i = K | Y_{i-1} = D) = \alpha$

$P(Y_i = NK | Y_{i-1} = D) = \beta$

$P(Y_i = D | Y_{i-1} = D) = 1-\alpha-\beta$

(A 7) $P(Y_i = K | Y_{i-1} = K) = 1$

$P(Y_i = NK | Y_{i-1} = NK) = 1$

(A 8) Diese Annahmen gelten für alle i = 1,2,3,...N.

Es handelt sich also auch bei Modell II bezüglich der Zustände um eine Markoff-Kette mit zwei absorbierenden Rändern. Die Reaktionen sind nur noch im Zustand K auf einen Typ beschränkt. Zur Veranschaulichung der Modellannahmen und der Veränderungen gegenüber Modell I dient Abbildung 3.

Modell II kann in folgender Implikation zusammenfassend dargestellt werden (vgl. Abschnitt 4.3):

$$P(X_i = nc) = \begin{bmatrix} o & 1 & o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & o & o \\ \alpha & 1-\alpha-\beta & \beta \\ o & o & 1 \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} o \\ \pi(1-p) \\ \pi \end{bmatrix}$$

$\forall\ i = 1,2,3,.....N$

Für individuelle Versuchspersonen reduziert sich auch dieses Modell auf zwei Teilmodelle, die aber nicht symmetrisch zueinander sind. Die Analogie zum 'one element model' besteht nur noch, und in eingeschränktem Maße, für das Teilmodell mit Absorption in K.

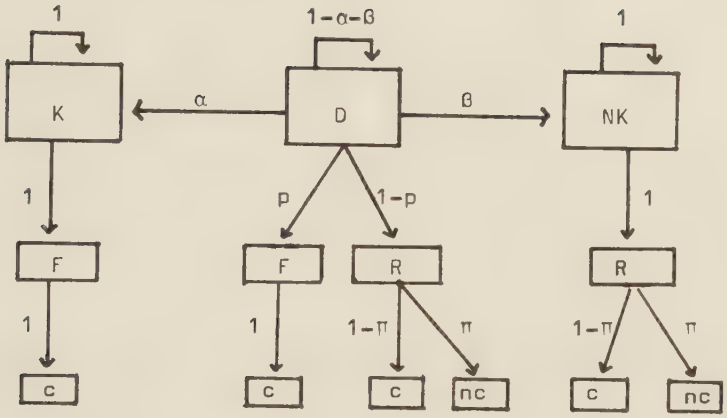

Abbildung 3: Prozeßdiagramm für Modell II; Prozeßbeginn im Zustand D laut Annahme (A 2)

5.5 Ableitungen aus Modell II

Für die Wahrscheinlichkeiten, bei Aufgabe i im Zustand D,K oder NK zu sein ergibt sich wie bei Modell I:

$$P(Y_i = D) = (1-\alpha-\beta)^i \qquad < 21 >$$

$$P(Y_i = K) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(1 - (1-\alpha-\beta)^i\right) \qquad < 22 >$$

$$P(Y_i = NK) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\left(1 - (1-\alpha-\beta)^i\right) \qquad < 23 >$$

Für die Wahrscheinlichkeiten, in diesen Zuständen nonkonforme Antworten zu geben, gilt (vgl. Abbildung 3):

$$P(X_i = nc \mid Y_i = D) = \pi(1-p) \qquad < 24 >$$

$$P(X_i = nc \mid Y_i = K) = 0 \qquad < 25 >$$

$$P(X_i = nc \mid Y_i = NK) = \pi \qquad < 26 >$$

Für konforme Antworten gelten die entsprechenen Gegenwahrscheinlichkeiten.

Die unbedingten Reaktionswahrscheinlichkeiten ergeben sich dann als:

$$P(X_i = nc) = \pi\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta} + (1-p-\frac{\beta}{\alpha+\beta})(1-\alpha-\beta)^i \right) \qquad < 27 >$$

$$P(X_i = c) = 1 - P(X_i=nc) \qquad < 28 >$$

Entsprechende Vereinfachungen ergeben sich für verschiedenes Absorptionsverhalten individueller Versuchspersonen aus diesen Gleichungen.

Ich habe bereits darauf hingewiesen (vgl. Abschnitt 5.1), daß für Modell II in den Antwortsequenzen kein L_c identifizierbar ist. Damit entfällt die Möglichkeit, sich bei den weiteren Ableitungen aus dem Modell der vereinfachenden Tatsache zu bedienen, daß der Prozeß vor L_c im Zustand D sein muß, und daß somit der beobachtbare Prozeß vor L_c ein stationärer ist. Vielmehr müssen hier die Ableitungen für beobachtbare Kennwerte der Antwortsequenzen für die gesamte Länge der Sequenz auf der Basis eines nicht-stationären Prozesses mit stochastisch unabhängigen Reaktionen erfolgen. Es ist für die Ableitungen vereinfachend, die Gültigkeit folgender linearer Differenzengleichungen für Modell II zu bemerken:

$$P_{i+1} = P_i(1-\alpha-\beta) + \beta\pi \qquad < 29 >$$

$$Q_{i+1} = Q_i(1-\alpha-\beta) + \beta(1-\pi) \qquad < 3o >$$

wobei: $P_i = P(X_i=nc)$ und $Q_i = P(X_i= c)$.

Diese Gleichungen spezifizieren den im 'replacement model' postulierten Prozeß (vgl. RESTLE u. GREENO, 197o), das wiederum die Verallgemeinerung des 'linear operator model' durch variable Lernasymptote darstellt. Die Ableitungen aus Modell II werden deshalb analog zu den für diese Modelle benutzen Ableitungstechniken durchgeführt, und auf eine ausführliche Darstellung des Vorgehens wird verzichtet. Die benutzen Techniken sind detailliert bei ATKINSON et al. (1965, S. 111ff) dargestellt.

Die Erwartungswerte für die Zufallsvariable $T_{j.N}$ ergeben sich wegen

$$E\{T_{j.N}\} = \sum_{i=1}^{N} E\{t_{j.i}\} = \sum_{i=1}^{N} P(X_i' = 1)$$

aus den Gleichungen <27> bzw. <28> als:

$$E\{T_{nc.N}\} = \frac{\pi}{\alpha+\beta}\left(N\beta + \left(1-p-\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)(1-\alpha-\beta)\left(1-(1-\alpha-\beta)^N\right)\right) \quad < 31 >$$

$$E\{T_{c.N}\} = N - E\{T_{nc.N}\} \quad < 32 >$$

Da die Zufallsvariable $T_{j.N}$ eine Summe unabhängiger Zufallsvariablen $t_{j.i}$ ist, ist die Varianz der Zufallsvariable $T_{j.N}$ gleich der Summe der Varianzen der Zufallsvariablen $t_{j.i}$. D.h.:

$$VAR(T_{j.N}) = \sum_{i=1}^{N} var(t_{j.i})$$

$$= \sum_{i=1}^{N} P_i(1-P_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} P_i - \sum_{i=1}^{N} (P_i)^2$$

und somit:

$$VAR\ (T_{j.N}) = E\{T_{nc.N}\} - E\{T^2_{nc.N}\} \quad < 33 >$$

Die darin vorkommenden Erwartungswerte der Zufallsvariable $T^2_{j.N}$ ergeben sich aus den Summen der jeweiligen Erwartungswerte von $t^2_{j.i}$ bzw. der summierten Quadrate der Wahrscheinlichkeiten konformer bzw. nonkonformer Reaktionen. Diese Wahrscheinlichkeiten sind in den Gleichungen <27> und <28> spezifiziert; die Summation läuft über alle i = 1,...N. Somit gilt:

$$E\{T^2_{nc.N}\} = \pi^2\Big(N\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^2 + \left(1-p-\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^2(1-\alpha-\beta)^2\left(\frac{1-(1-\alpha-\beta)^{N^2}}{1-(1-\alpha-\beta)^2}\right)$$

$$+2\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)\left(1-p-\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)(1-\alpha-\beta)\left(\frac{1-(1-\alpha-\beta)^N}{1-(1-\alpha-\beta)}\right)\Big)$$

< 34 >

$$E\{T^2_{c.N}\} = N\left(1 - \pi\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right) + \pi^2(1-p-\frac{\beta}{\alpha+\beta})^2(1-\alpha-\beta)^2\left(\frac{1-(1-\alpha-\beta)^N}{1-(1-\alpha-\beta)^2}\right)^2 - 2\pi(1-\pi\frac{\beta}{\alpha+\beta})(1-p-\frac{\beta}{\alpha+\beta})(1-\alpha-\beta)\left(\frac{1-(1-\alpha-\beta)^N}{\alpha+\beta}\right)$$

< 35 >

Zur Ableitung der Erwartungswerte von F_j bedient man sich zweckmäßigerweise der Tatsache, daß die erwartete Anzahl von Folgen von j-Antworten gleich der erwarteten Anzahl von j-Antworten ist, auf die eine nicht-j-Antwort folgt. D.h.

$$E\{F_c\} = E\{X_i = c \cap X_{i+1} = nc\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N}(1-P_i)(P_{i+1})$$

An dieser Stelle erweisen sich die in den Gleichungen <29> und <3o> aufgedeckten Beziehungen zwischen P_i und P_{i+1} als wesentlich vereinfachend. Bei Benutzung dieser Beziehungen ergibt sich recht einfach:

$$E\{F_{c.N}\} = N\pi\beta + (1-\alpha-\beta-\beta\pi)\cdot E\{T_{nc.N}\} - (1-\alpha-\beta)\cdot E\{T^2_{nc.N}\}$$

< 36 >

$$E\{F_{nc.N}\} = (1-\pi\beta)\cdot E\{T_{nc.N}\} - (1-\alpha-\beta).E\{T^2_{nc.N}\}$$ < 37 >

Wie in Modell I gilt auch hier:

$$E\{H_j\} = \frac{E\{T_j\}}{E\{F_j\}}$$ < 38 >

Die Gleichungen für individuelle, absorbierte Versuchspersonen ergeben sich als entsprechende Vereinfachungen aus diesen allgemeinen Gleichungen.

5.6 Parameterschätzungen

Wie aus dem Vergleich der Modelle I und II klar geworden ist, könnte die Parameterschätzung für individuelle Versuchspersonen nur für in K absorbierte Personen analog zu der für Modell I durchgeführten Schätzung geschehen. Dabei wäre aber außer α nur das Produkt $\pi(1-p)$ eindeutig bestimmt, nicht aber die Werte von π und p. Deshalb soll hier die Schätzung der Parameter für verschieden absorbierte Personen und für Personengruppen einheitlich durchgeführt werden. Schätzprinzip ist dabei wiederum das der maximum likelihood.

Die Wahrscheinlichkeit einer beliebigen Antwortsequenz ist für den nicht-stationären, stochastisch unabhängigen Prozeß, der die Reaktionen für Modell II beschreibt, angebbar als:

$$P(X;\ \alpha,\beta,p,\pi,N) = \prod_{i=1}^{N} (P_i)^{a(i)}\ (Q_i)^{b(i)} \qquad < 39 >$$

wobei: P_i und Q_i wie in <29> und <3o> vereinbart

$$a(i) = \begin{cases} 1, & \text{wenn bei Aufgabe i eine nonkonforme Antwort} \\ o, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

$$b(i) = \begin{cases} 1, & \text{wenn bei Aufgabe i eine konforme Antwort} \\ o, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

Für eine Gruppe von M Antwortsequenzen gilt dann unter der Annahme 'identischer Versuchspersonen':

$$L(\alpha,\beta,p,\pi|M,X) = \prod_{i=1}^{N} (P_i)^{A(i)}(Q_i)^{B(i)} \qquad < 4o >$$

wobei: $A(i) = \sum_{m=1}^{M} a(i)_m$

$$B(i) = \sum_{m=1}^{M} b(i)_m$$

Daraus ergibt sich die likelihood Funktion für individuelle Personen als Gleichung < 39 > mit entsprechenden Vereinfachungen für die P_i und Q_i in <27> bzw. <28>. Eine analytische Lösung scheint für keine der Funktionen möglich zu sein.

6. DAS EXPERIMENT

Um die Ableitungen aus den Modellen mit empirischen Daten konfrontieren zu können, wurde ein Experiment nach dem Paradigma der ASCH-Experimente durchgeführt. Versuchspersonen waren Schüler aus zwei sechsten Klassen zweier Hamburger 'Volks- und Realschulen'.

Aufgaben:
Die den Schülern vorgelegten Aufgaben waren Rechenaufgaben vom Typ

$$(a + b) \cdot c = ?$$

wobei a,b und c: 1,2,3,..9. Die Aufgaben wurden dem Schüler mündlich vom Versuchsleiter gestellt, und die geforderte Antwort war statt der exakten Lösung die Angabe " größer als 5o" bzw. "kleiner als 5o". Es wurden 32 Aufgaben vorgelegt. Deren exakte Lösung lag in der Hälfte der Fälle bei 4o $\pm$ 4, in der anderen Hälfte bei 6o $\pm$ 6. Auf die ersten beiden Aufgaben erfolgten richtige, auf die restlichen 3o falsche Konfidentenantworten.

Konfidenten:
Als Konfidenten fungierten Schüler aus denselben Klassen; es sollte vermieden werden, klassenfremde Personen auftreten zu lassen. Das normalerweise nötige Konfidententraining wurde durch den gewählten Versuchsablauf vermieden.

Versuchsablauf:
Den Schülern wurde folgende Erklärung des Experiments gegeben: die 'Studenten' (Versuchsleiter) wollten etwas darüber erfahren, wie Schüler mit einer ungewöhnlichen Art von Rechenaufgaben umgehen können; es handele sich dabei um 'Überschlagsrechnen'. Damit es etwas spannender werde, hätten sie sich ausgedacht, daß jeweils drei Schüler in einer Gruppe gegeneinander antreten sollten. Wer von den dreien die wenigsten Aufgaben richtig gelöst habe, solle dann ausscheiden, und ein weiterer Schüler solle gegen die beiden 'Sieger' antreten. Gesamtgewinner solle der sein, der die meisten Runden überstanden habe.

Dadurch wurde es vom zweiten Durchgang an möglich, ehemalige 'naive' Versuchspersonen als Konfidenten einzusetzen.
Die Schüler saßen im Experimentierraum an getrennten Tischen und erhielten eine schriftliche Instruktion. Der 'naiven' Versuchsperson wurden darin die Aufgaben erläutert sowie die Regelung der Reihenfolge der Antworten erläutert. Die 'Instruktion' für die Konfidenten erklärte ihnen ihre Funktion und enthielt die von ihnen gewünschten Antworten.
Die Reihenfolge der Antworten unter den drei Schülern wurde zu Anfang jeweils scheinbar durch Los bestimmt: tatsächlich jedoch antworteten stets die Konfidenten vor dem 'naiven' Schüler.
Die Schüler wurden aufgefordert, in Abständen von etwa zwei Sekunden ihre Antwort zu geben; die Schnelligkeit sei erforderlich, da es sich ja um 'Überschlagsrechnen' handele.

An der Durchführung des Experiments waren jeweils ein Lehrer und zwei Versuchsleiter beteiligt. Der Lehrer unterrichtete die Schüler im Klassenzimmer. Der erste Versuchsleiter führte in einem anderen Zimmer die Versuche durch, während eine dritte Person diejenigen Schüler, die bereits teilgenommen hatten, in einem weiteren Zimmer versammelte: es sollte vermieden werden, daß die zukünftigen Versuchspersonen über das vermeintliche Ausscheiden anderer Schüler informiert wurden.

Die folgende Tabelle enthält die von den 3o Versuchspersonen abgegebenen Antworten. Dabei bezeichnet
1: eine konforme Antwort
o: eine nonkonforme Antwort.

		Antworten:					
Schüler:	1	1oooo	11o1o	o1ooo	ooooo	ooooo	ooooo
	2	1o111	1o1o1	11111	o111o	1o11o	111o1
	3	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	4	oo1oo	1oooo	oo1oo	ooooo	ooooo	ooooo
	5	11111	11111	11111	11111	11111	11111
	6	11ooo	oooo1	ooooo	oo1oo	ooooo	oo1o1
	7	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	8	111oo	1o1oo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	9	1oo1o	1oo11	ooooo	o1o1o	ooooo	ooooo
	1o	o1ooo	o111o	ooooo	ooooo	ooooo	1o1o1
	11	o1o1o	oo111	ooooo	ooo1o	ooooo	oooo1
	12	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	13	1oo1o	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	14	o1o1o	oo111	oo11o	ooo1o	ooo1o	o111o
	15	ooooo	oooo1	ooooo	o11oo	ooooo	ooooo
	16	1o11o	11111	11ooo	o1111	oo111	11o11
	17	oo1oo	1o1o1	oooo1	o11oo	1oo11	o1oo1
	18	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	19	ooooo	oooo1	ooooo	ooooo	ooooo	1oooo
	2o	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	21	o11oo	ooo1o	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	22	1oooo	oooo1	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	23	ooo1o	oooo1	ooooo	ooooo	oo1oo	ooooo
	24	11ooo	1o1oo	ooooo	oo1oo	ooooo	oo1oo
	25	o1ooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	26	ooooo	oooo1	oooo1	1oooo	ooo1o	ooooo
	27	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	28	oo11o	oo1oo	oooo1	ooooo	11ooo	ooooo
	29	o1ooo	1oooo	oo111	1o1o1	1111o	11111
	3o	11ooo	ooooo	oooo1	oo11o	oo1oo	oo1oo

Tabelle 1: experimentelle Daten
(1: konforme Antwort; o: nonkonforme Antwort)

7. VERGLEICH EMPIRISCHER UND THEORETISCHER DATEN

7.1 Das Absorptionsproblem

Bei allen Modellen mit Zuständen, die nicht direkt beobachtbar sind, entsteht das Problem, ob eine vorliegende Antwortsequenz als 'absorbiert' oder als 'nicht absorbiert' bezeichnet werden soll: die Existenz von L_j stellt lediglich fest, daß die Versuchsperson bis dahin noch nicht absorbiert ist. Für die Frage, ob und wann die Versuchsperon absorbiert wird, gibt es immer nur Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Bei Lernmodellen wurde ein pragmatisches und einleuchtendes Kriterium formuliert: meist wird ein Experiment beendet, wenn die Versuchsperson zehnmal hintereinander die richtige Reaktion gezeigt hat. Es wird angenommen, daß sie auch bei weiteren Acquisitionsversuchen richtige Reaktionen zeigen würde, d.h. 'gelernt' habe bzw. in dem Zustand absorbiert sei, in dem die Wahrscheinlichkeit richtiger Reaktionen gleich Eins ist. Bei den hier vorgeschlagenen Modellen zur Konformität liegt das Problem etwas schwieriger. Das hängt hauptsächlich damit zusammen, daß die Absorption hier psychologisch etwas anderes ist als bei den Lernmodellen: aus dem Vorliegen zehen aufeinanderfolgender (non)konformer Antworten kann nicht begründet geschlossen werden, daß auch bei weiterer Fortsetzung des Experiments ausschließlich (non)konforme Antworten erfolgen würden.

Der Begriff Absorption soll für K und NK deshalb nur auf vorliegende experimentelle Situationen mit N Aufgaben bezogen werden. D.h. eine Antwortsequenz soll dann als 'absorbiert' bezeichnet werden, wenn die Absorption mit großer Wahrscheinlichkeit bis zur letzten Aufgabe erfolgte. Aber auch für eine gegebene experimentelle Situation kann es kein fixiertes, leicht beobachtbares Kriterium dafür geben, daß eine Versuchsperson bei spätestens der letzten Aufgabe absorbiert sein wird. Es ist daher nicht zu umgehen, jeder Versuchsperson alle N Aufgaben vorzulegen und die Frage nach ihrer Absorption im Nachhinein zu entscheiden.

Die Grundlage der Entscheidung soll dabei folgende Überlegung bilden: wären die Zustände direkt beobachtbar, dann hätten Zustandssequenzen wie

$$Y = \langle D,D,D,D,D,D,D,K,K,K,.....K,K\rangle$$

in den hier vorgeschlagenen Modellen eine Wahrscheinlichkeit von $(1-\alpha)^7\alpha$. Die maximum likelihood Schätzung für α ergäbe

$$\alpha = 1/8 \ .$$

D.h. bei diesem Schätzprinzip gäbe der Parameter α den Reziprokwert derjenigen Aufgabennummer an, bei der die Absorption erfolgte. Es kann gezeigt werden (vgl. Abschnitt 8.3), daß auch für Modell I die Parameterschätzung nach Gleichung <19> die Parameter α und β als Kehrwerte des wahrscheinlichsten Absorptionszeitpunktes bestimmt. Deshalb werden bei der Analyse nach Modell I und Gleichung <19> diejenigen Antwortsequenzen als 'absorbiert' bezeichnet, bei denen der geschätzte Wert größer oder gleich 1/3o ist. Bei kleineren Werten werden die Sequenzen als 'nicht absorbiert' bezeichnet und die Werte gleich Null gesetzt.

Dieses Vorgehen stellt natürlich nicht sicher, daß die betreffenden Schüler tatsächlich absorbiert waren. Bei dieser Regelung ergibt sich nach den Gleichungen <1> und <2>:

$$P(Y_{3o} = D \mid \alpha \geq .o333) = q \leq .365$$
$$P(Y_{3o} = K \mid \alpha \geq .o333) = 1-q \geq .635$$

Es muß natürlich von jedem Experimentator im Einzelfall festgelegt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit 1-q gesichert werden soll, daß eine Versuchsperson bei der letzten Aufgabe im absorbierten Zustand ist. Der Minimalwert für α bzw. $(\alpha+\beta)$ kann aus Gleichung <2> für jedes 1-q berechnet werden.

Die Entscheidung über die Mimimalwerte kann bei Benutzung der likelihood Funktion <4o> nicht wie oben begründet werden. Um für alle Analysen ein gleiches 1-q zu sichern, wurde aber auch hier die Grenze $\alpha_{min} = o,o33$ gesetzt.

7.2 "Reaktionsfehler"

Nach den eben erläuterten Kriterien für die Absorption gibt es bei der Analyse gemäß Modell I insgesamt 14 Sequenzen, die als 'nicht absorbiert' bezeichnet werden müssen. Da der Absorptionsbegriff im Modell II ohnehin abgeschwächt wird, und da die Analyse von Bernoulli-trials nicht zur Prüfung der kritischeren Annahmen des Modells I dient, wurden aus insgesamt sechs Antwortsequenzen "störende Reaktionen" eliminiert, um hinreichend lange abschließende Sequenzen von Antworten eines Typs zu erhalten, die dann wiederum die Absorption sicherstellen. Die solcherart veränderten Sequenzen sind in den folgenden Tabellen mit hochgestelltem "+" gekennzeichnet. Der Grund für diese Veränderung der Daten ist lediglich, die Basis der Überprüfung zu verbreitern. Sie wird sich allerdings in folgenden Abschnitten auch als nützlich für die Erfassung der Funktionsweise der Parameterzuordnung erweisen.

7.3 Vergleiche für Modell I (individuelle Vpn)

Tabelle 2 zeigt die Antwortsequenzen der Schüler nach ihrem Absorptionsverhalten geordnet und vereinfacht.

In den Annahmen (A 3) und (A 7) werden die Antworten im Zustand D als stationär und stochastisch unabhängig postuliert. Zur Überprüfung der stochastischen Unabhängigkeit werden die Antworten der nicht-absorbierten Schüler herangezogen, sowie die Antworten der in NK absorbierten Schüler bis einschließlich L_c. Es ergeben sich dabei folgende beobachteten Häufigkeiten:

		Aufgabe i+1:	
		o	1
Aufgabe i:	o	155	74
	1	68	63

Der χ^2-Test ergibt mit $\chi^2 = 8{,}59$ bei einem Freiheitsgrad eine hochsignifikante Abweichung ($p \leq .01$) von den theoretischen Verteilungen: auf nonkonforme Antworten erfolgen häufiger als erwartet nonkonforme, auf konforme Antworten häufiger konforme als erwartet.

Zur Prüfung der Stationarität wurden die gleichen Sequenzen herangezogen, doch diesmal bis ausschließlich L_c, weil die Statinarität in rückwärtiger Richtung geprüft wurde, und zwar an 'vincentisierten' Daten (vgl. ATKINSON et al., 1965, S.39ff). Es ergibt sich für konforme Reaktionen in Dritteln der Sequenzen bis L_c folgendes Bild:

	letztes Drittel:	mittleres Drittel:	erstes Drittel:
Häufigkeit von c-Antworten	43,4	42,3	51,3

Gegenüber einer stationären Verteilung weicht diese empirische nicht signifikant ab ($\chi^2 = 1{,}0$; $df = 2$; $p \leq 0{,}5$).

In Tabelle 3 sind die geschätzten Parameterwerte für die Antwortsequenzen der Schüler geordnet aufgeführt. Mit Hilfe dieser Paramterwerte wurden für individuelle Schüler die Erwartungswerte der Zufallsvariablen T_c, L_c, F_c und H_c berechnet. In Tabelle 4 sind empirische und theoretische Werte für L_c und T_c zusammengestellt; dies geschieht eher der Vollständigkeit halber, denn zur Beurteilung der Angemessenheit können diese Werte nicht herangezogen werden, weil die jeweiligen Werte von T_c bzw L_c durch die Werte (c) bzw. (n) in die Parameterschätzung nach der likelihood Funktion <19> eingehen. Der Vergleich soll eher die Korrektheit der Ableitungen und Rechnungen demonstrieren, sowie die Größenordnung derjenigen Abweichungen zeigen, die hauptsächlich durch Rundungsfehler entstehen.

Tabelle 5 zeigt entsprechende Vergleiche für die Zufallsvariablen F_c und H_c. Die mittlere absolute Abweichung beträgt:

für F_c: o,33 bzw. 14 Prozent von F_c,

für H_c: o,29 bzw. 21 Prozent von H_c.

Das Modell II unterscheidet sich von Modell I u.a. auch dadurch, daß in die likelihood Funktion <4o> andere Informationen eingehen als in die für Modell I abgeleitete Gleichung <19>. Da Unterschiede in den Parametern einer Antwortsequenz, die sich bei Analyse nach Modell I und Modell II ergeben könnten, sowohl auf die unterschiedlichen Annahmen der Modelle als auch auf die unterschiedlichen Informationen in den likelihood Funktionen zurückgehen könnten, wurde gewissermaßen als Brücke zwischen beiden Modellen die Parameterschätzung für Modell I auch unter Benutzung der likelihood Funktion <4o> durchgeführt. Tabelle 6 enthält die Ergebnisse dieser Schätzung, und Tabelle 7 zeigt die Vergleiche zwischen beobachteten und erwarteten Werten der Zufallsvariablen T_c, F_c und H_c. Die mittlere absolute Abweichung beträgt dabei

für T_c: o,17 bzw. 5 Prozent von T_c,

für F_c: o,37 bzw. 16 Prozent von F_c,

für H_c: o,23 bzw. 17 Prozent von H_c.

Antworten:

Schüler:	5	11111	11111	11111	11111	11111	11111
	3	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	7	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	12	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	18	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	2o	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	27	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	25	o1...	.....	.....	.....	.....	.....
	3o +	11...	.....	.....	.....	.....	.....
	13	1oo1.	.....	.....	.....	.....	.....
	4	oo1oo	1....	.....	.....	.....	.....
	8	111oo	1o1..	.....	.....	.....	.....
	1o +	o1ooo	o111.	.....	.....	.....	.....
	21	o11oo	ooo1.	.....	.....	.....	.....
	19 +	ooooo	oooo1	.....	.....	.....	.....
	26 +	ooooo	oooo1	.....	.....	.....	.....
	23 +	ooo1o	oooo1	.....	.....	.....	.....
	22	1oooo	oooo1	.....	.....	.....	.....
	1	1oooo	11o1o	o1...	.....	.....	.....
	15	ooooo	oooo1	ooooo	o11..	.....	.....
	11 +	o1o1o	oo111	ooooo	ooo1.	.....	.....
	9	1oo1o	o111o	ooooo	o1o1.	.....	.....
	2	1o111	1o1o1	11111	o111o	1o11o	111o1
	6	11ooo	oooo1	ooooo	oo1oo	ooooo	oo1o1
	14	o1o1o	oo111	oo11o	ooo1o	ooo1o	o111o
	16	1o11o	11111	11ooo	o1111	oo111	11o11
	17	oo1oo	1o1o1	oooo1	o11oo	1oo11	o1oo1
	24	11ooo	1o1oo	ooooo	oo1oo	ooooo	oo1oo
	28	oo11o	oo1oo	oooo1	ooooo	11ooo	ooooo
	29	11o1o	1ooo1	o1111	1o1o1	1111o	11111

Tabelle 2: für die Überprüfung von Modell I geordnete und gemäß Abschnitt 7.2. veränderte Daten

		Parameter: α	ß	p
Schüler:	5	1,o	o	n.d.
	3	o	1,o	n.d.
	7	o	1,o	n.d.
	12	o	1,o	n.d.
	18	o	1.o	n.d.
	2o	o	1,o	n.d.
	27	o	1,o	n.d.
	25	o	.25o	.333
	3o+	o	.333	1,o
	13	o	.166	.4oo
	4	o	.111	.25o
	8	o	.1o4	.581
	1o+	o	.o88	.39o
	21	o	.o83	.272
	19+	o	.o5o	.o53
	26+	o	.o5o	.o53
	23+	o	.o66	.142
	22	o	.o66	.142
	1	o	.o69	.36o
	15	o	.o42	.13o
	11+	o	.o45	.283
	9	o	.o46	.33o
	2	o	o	.733
	6	o	o	.2oo
	14	o	o	.4oo
	16	o	o	.7oo
	17	o	o	.4oo
	24	o	o	.2oo
	28	o	o	.2oo
	29	o	o	.7oo

Tabelle 3: geschätzte Parameterwerte für individuelle Versuchspersonen gemäß Modell I und likelihood Funktion <19>

		L_c	$E\{L_c\}$	$\lvert d \rvert$	T_c	$E\{T_c\}$	$\lvert d \rvert$
Schüler:	25	2	2,oo	-	1	1,oo	-
	$3o^+$	2	2,oo	-	2	2,oo	-
	13	4	4,oo	-	2	2,oo	-
	4	6	6,oo	-	2	2,oo	-
	8	8	8,oo	-	5	5,oo	-
	$1o^+$	9	9,12	o,12	4	4,o4	o,o4
	21	9	9,o3	o,o3	3	3,oo	-
	19^+	1o	1o,oo	-	1	1,o1	o,o1
	26^+	1o	1o,oo	-	1	1,o1	o,o1
	23^+	1o	1o,oo	-	2	2,o1	o,o1
	22	1o	1o,oo	-	2	2,o1	o,o1
	1	12	11,93	o,o7	5	4,86	o,14
	15	18	18,o4	o,o4	3	2,96	o,o4
	11^+	19	19,o5	o,o5	6	6,oo	-
	9	19	18,96	o,o4	7	6,84	o,16

Tabelle 4: empirische und theoretische Werte für L_c und T_c gemäß Modell I und likelihood Funktion <19>

		F_c	$E\{F_c\}$	$\|d\|$	H_c	$E\{H_c\}$	$\|d\|$
Schüler:	25	1	o,75	o,25	1	1,33	o,33
	3o$^+$	1	o,66	o,34	2	3,o	1,oo
	13	2	1,33	o,67	1	1,5	o,5o
	4	2	1,55	o,45	1	1,28	o,28
	8	3	3,oo	-	1,66	2,o8	o,42
	1o$^+$	2	2,6o	o,6o	2	1,55	o,45
	21	2	2,25	o,25	1,5	1,33	o,17
	19$^+$	1	1,oo	-	1	1,o5	o,o5
	26$^+$	1	1,oo	-	1	1,o5	o,o5
	23$^+$	2	1,82	o,18	1	1,15	o,15
	22	2	1,82	o,18	1	1,15	o,15
	1	4	3,24	o,76	1,25	1,5o	o,25
	15	2	2,59	o,59	1,5	1,14	o,36
	11$^+$	4	4,37	o,37	1,5	1,37	o,13
	9	5	4,68	o,32	1,4	1,46	o,o6

Tabelle 5: empirische und theoretische Werte für F_c und H_c gemäß Modell I und likelihood Funktion <19>.

		Parameter:		
		α	ß	p
Schüler:	25	o	.442	.73o
	3o+	o	.39o	1,o
	13	o	.35o	1,o
	4	o	.2oo	.476
	8	o	.186	1,o
	1o+	o	.131	.583
	21	o	.197	.7o6
	19+	o	.o74	.o88
	26+	o	.o74	.o88
	23+	o	.128	.29o
	22	o	.194	.497
	1	o	.125	.699
	15	o	.o82	.29o
	11+	o	.o9o	.614
	9	o	.o84	.68o

Tabelle 6: geschätzte Parameterwerte für individuelle, absorbierte Versuchspersonen gemäß Modell I und likelihood Funktion <4o>

Schüler:	T_c	$E\{T_c\}$	|d|	F_c	$E\{F_c\}$	|d|	H_c	$E\{H_c\}$	|d|
25	1	o,92	o,o8	1	o,79	o,21	1	1,17	o,17
3o+	2	1,57	o,43	1	1,2o	o,2o	2	2,3o	o,3o
13	2	1,86	o,14	2	1,38	o,62	1	1,34	o,34
4	2	1,91	o,o9	2	1,58	o,42	1	1,2o	o,2o
8	5	4,37	o,63	3	2,77	o,23	1,66	1,57	o,o9
1o+	4	3,82	o,18	2	2,89	o,89	2	1,31	o,69
21	3	2,89	o,11	2	2,15	o,15	1,5	1,34	o,16
19+	1	1,1o	o,1o	1	1,o2	o,o2	1	1,o8	o,o8
26+	1	1,1o	o,1o	1	1,o2	o,o2	1	1,o8	o,o8
23+	2	1,98	o,o2	2	1,41	o,59	1	1,33	o,33
22	2	2,o6	o,o6	2	1,24	o,76	1	1,66	o,66
1	5	4,81	o,19	4	3,41	o,59	1,25	1,4o	o,15
15	3	3,24	o,24	2	2,38	o,38	1,5	1,36	o,14
11+	6	5,85	o,15	4	4,18	o,18	1,5	1,39	o,11
9	7	6,89	o,11	5	4,67	o,33	1,4	1,47	o,o7

Tabelle 7: empirische und theoretische Werte für T_c, F_c und H_c gemäß Modell I und likelihood Funktion <4o>

7.4 Vergleiche für Modell I ('identische Vpn')

Die Parameterschätzung für Modell I unter der Annahme 'identischer Versuchspersonen' ergibt nach der likelihood Funktion <2o> für die vorliegenden Daten folgende Werte:

$$\alpha = .0022$$
$$\beta = .0464$$
$$p = .3891$$

Daraus ergibt sich nach Gleichung <14> für konforme Reaktionen:

$$P(X_i = c) = .0452 + .3439\ (.9514)^i$$

Die empirische und die theoretische 'Lernkurve' für konforme Reaktionen sind in Abbildung 4 dargestellt. Für die Zufallsvariablen ergibt sich folgendes Bild:

	T_c	F_c	H_c
empirisch	6,1	2,96	2,o5
theoretisch	6,58	4,1o	1,58
$\lvert d \rvert$	o,48	1,14	o,47

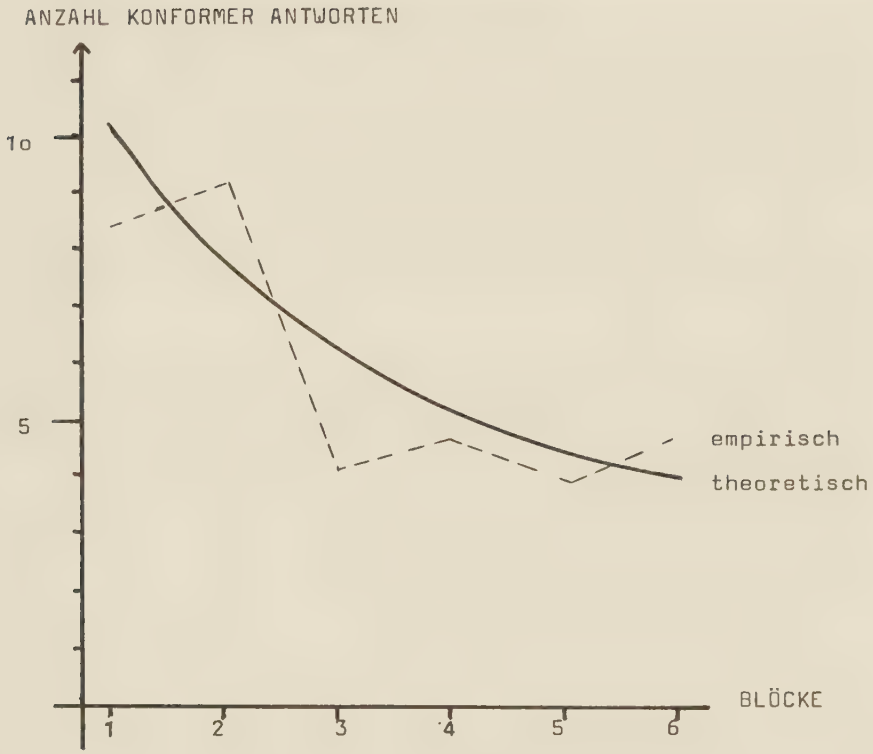

Abbildung 4: empirische und theoretische Häufigkeiten konformer Antworten in Blöcken zu je fünf Aufgaben; gemäß Modell I und likelihood-Funktion <2o>

7.5 Vergleiche für Modell II (individuelle Vpn)

Tabelle 8 zeigt die Antwortsequenzen der Schüler nach ihrem Absorptionsverhalten gemäß Modell II geordnet. Die Tabelle enthält sowohl die gemäß Abschnitt 7.2 geänderten und entsprechend gekennzeichneten Sequenzen, als auch die dazu gehörigen Originalsequenzen (3o,1o,19,26,23 und 11).

Tabelle 9 enthält die diesen Sequenzen für die vorliegenden Daten gemäß likelihood Funktion <39> zugeordneten Parameterwerte.

Die Tabellen 1o und 11 enthalten die Gegenüberstellungen theoretischer und beobachteter Werte für die Zufallsvariablen T_c, F_c und H_c. Die mittlere absolute Abweichung beträgt in diesen Tabellen

für T_c: o,12 bzw. 2,8 Prozent von T_c,

für F_c: o,34 bzw. 11,3 Prozent von F_c,

für H_c: o,16 bzw. 12,5 Prozent von H_c.

Antworten:

Schüler:							
	5	11111	11111	11111	11111	11111	11111
	3,7,12 18,2o,27	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo	ooooo
	25	o1...	.....	.....	.....	.....	.....
	3o+	11...	.....	.....	.....	.....	.....
	13	1oo1.	.....	.....	.....	.....	.....
	4	oo1oo	1....	.....	.....	.....	.....
	8	111oo	1o1..	.....	.....	.....	.....
	1o+	o1ooo	o111.	.....	.....	.....	.....
	21	o11oo	ooo1.	.....	.....	.....	.....
	19+	ooooo	oooo1	.....	.....	.....	.....
	26+	ooooo	oooo1	.....	.....	.....	.....
	23+	ooo1o	oooo1	.....	.....	.....	.....
	22	1oooo	oooo1	.....	.....	.....	.....
	1	1oooo	11o1o	o1...	.....	.....	.....
	15	oooo1	oooo1	ooooo	o11..	.....	.....
	11+	o1o1o	oo111	ooooo	ooo1.	.....	.....
	9	1oo1o	o111o	ooooo	o1o1.	.....	.....
	3o	11ooo	ooooo	oooo1	oo11o	oo1oo	oo1oo
	1o	o1ooo	o111o	ooooo	ooooo	ooooo	1o1o1
	19	ooooo	oooo1	ooooo	ooooo	ooooo	1oooo
	26	ooooo	oooo1	oooo1	1oooo	ooo1o	ooooo
	23	ooo1o	oooo1	ooooo	ooooo	oo1oo	ooooo
	11	o1o1o	oo111	ooooo	ooo1o	ooooo	oooo1
	6	11ooo	oooo1	ooooo	oo1oo	ooooo	oo1o1
	24	11ooo	1o1oo	ooooo	oo1oo	ooooo	oo1oo
	28	oo11o	oo1oo	oooo1	ooooo	11ooo	ooooo
	14	o1o1o	oo111	oo11o	ooo1o	ooo1o	o111o
	16	1o11o	11111	11ooo	o1111	oo111	11o11
	17	oo1oo	1o1o1	oooo1	o11oo	1oo11	o1oo1
	2	1o111	1o1o1	11111	o111o	1o11o	111o1
	29	11o1o	1oooo	o1111	1o1o1	1111o	11111

Tabelle 8: für die Überprüfung von Modell II geordnete Daten

	Parameter: α	β	p	π
Schüler: 5	1,o	o	n.d.	n.d.
3,7,12 18,2o,27	o	1,o	n.d.	n.d.
25	o	.442	.73o	1,o
3o+	o	.39o	1,o	1,o
13	o	.35o	1,o	1,o
4	o	.2oo	.476	1,o
8	o	.186	1,o	1,o
1o+	o	.131	.583	1,o
21	o	.197	.7o9	1,o
19+	o	1,o	n.d.	.966
26+	o	1,o	n.d.	.966
23+	o	1,o	n.d.	.933
22	o	.574	1,o	.964
1	o	.125	.699	1,o
15	o	1,o	n.d.	.899
11+	o	.o9o	.614	1,o
9	o	.o84	.68o	1,o
3o	o	.442	1,o	.8o9
1o	o	.163	.236	.799
19	o	1,o	n.d.	.933
26	o	1,o	n.d.	.933
23	o	1,o	n.d.	.899
11	o	.o94	.499	.9o5
6	o	.414	1,o	.848
24	o	.245	1,o	.895
28	o	.o44	.371	1,o
14	o	o	.235	.784
16	o	o	.6oo	.75o
17	o	o	.2oo	.75o
2	o	o	.733	1,o
29	o	o	.7oo	1,o

Tabelle 9: Geschätzte Parameterwerte für individuelle Versuchspersonen gemäß Modell II und likelihood Funktion <39>

		T_c	$E\{T_c\}$	$\|d\|$
Schüler:	25	1	0,92	0,08
	30+	2	1,57	0,43
	13	2	1,86	0,14
	4	2	1,91	0,09
	8	5	4,37	0,63
	10+	4	3,82	0,18
	21	3	2,89	0,11
	19+	1	1,02	0,02
	26+	1	1,02	0,02
	23+	2	2,01	0,01
	22	2	1,80	0,20
	1	5	4,81	0,19
	15	3	3,03	0,03
	11+	6	5,85	0,15
	9	7	6,89	0,11
	30	7	6,76	0,24
	10	7	7,00	-
	19	2	2,01	0,01
	26	4	4,02	0,02
	23	3	2,03	0,03
	11	7	6,98	0,02
	6	6	5,77	0,23
	24	6	5,91	0,09
	28	6	5,98	0,02

Tabelle 10: empirische und theoretische Werte für T_c gemäß Modell II und likelihood Funktion <39>

Schüler:	F_c	$E\{F_c\}$	$\|d\|$	H_c	$E\{H_c\}$	$\|d\|$
25	1	o,79	o,21	1	1,17	o,17
3o$^+$	1	1,2o	o,2o	2	2,3o	o,3o
13	2	1,38	o,62	1	1,34	o,34
4	2	1,58	o,42	1	1,2o	o,2o
8	3	2,77	o,23	1,66	1,57	o,o9
1o$^+$	2	2,89	o,89	2	1,31	o,69
21	2	2,15	o,15	1,5	1,34	o,16
19$^+$	1	o,99	o,o1	1	1,o3	o,o3
16$^+$	1	o,99	o,o1	1	1,o3	o,o3
23$^+$	2	1,87	o,13	1	1,o7	o,o7
22	2	1,63	o,37	1	1,o7	o,o7
1	4	3,41	o,59	1,25	1,4o	o,15
15	2	2,72	o,72	1,5	1,11	o,39
11$^+$	4	4,18	o,18	1,5	1,39	o,11
9	5	4,67	o,33	1,4	1,47	o,o7
3o	5	5,18	o,18	1,2	1,3o	o,o8
1o	5	5,35	o,35	1,2	1,3o	o,o8
19	2	1,87	o,13	1	1,o7	o,o7
26	4	3,48	o,52	1	1,15	o,15
23	3	2,72	o,28	1	1,11	o,11
11	5	5,11	o,11	1,4	1,26	o,14
6	5	4,55	o,45	1,2	1,26	o,o6
24	5	4,26	o,74	1,2	1,38	o,18
28	4	4,57	o,57	1,5	1,3o	o,2o

Tabelle 11: empirische und theoretische Werte für F_c und H_c gemäß Modell II und likelihood Funktion <39>

7.6 Vergleiche für Modell II ('identische Vpn')

Die Analyse unter der Annahme 'identischer Versuchspersonen' geschieht hier an den Originaldaten, d.h. ohne die gemäß Abschnitt 7.2 geänderten Daten. Es ergeben sich für die Originaldaten unter Verwendung der likelihood Funktion <4o> folgende Parameterwerte:

$$\alpha = .0001$$
$$\beta = .1847$$
$$p = .2668$$
$$\pi = .8205$$

Daraus ergibt sich nach Gleichung <28> für konforme Reaktionen:

$$P(X_i = c) = 1 - .8205(.9999 - .2669\ (.8152)^i)$$
$$= .1795 + .2189(.8152)^i$$

Die empirische und die theoretische 'Lernkurve' für konforme Reaktionen sind in Abbildung 5 dargestellt. Für die Zufallsvariablen ergibt sich folgendes Bild:

	T_c	F_c	H_c
empirisch	6,53	3,06	2,13
theoretisch	6,34	4,98	1,27
|d|	0,19	1,92	0,86

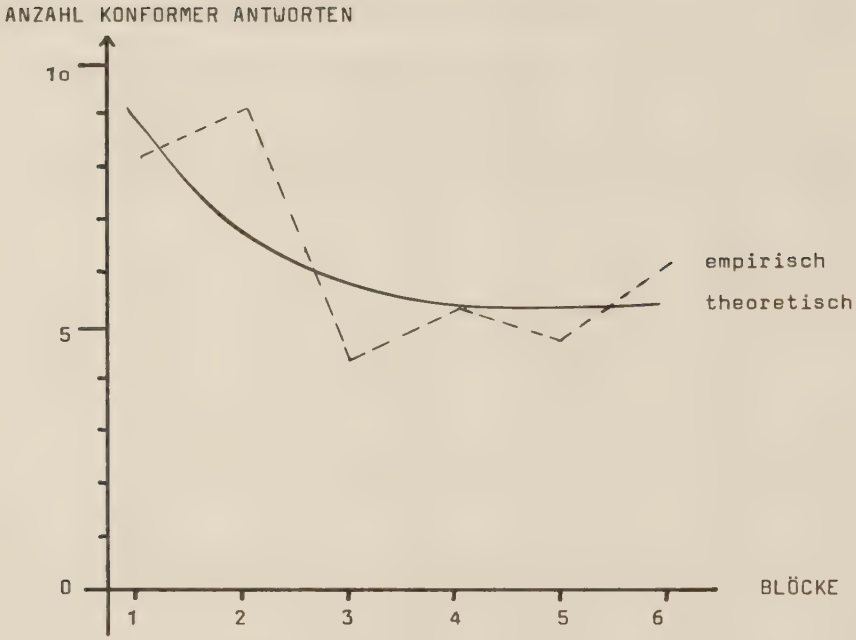

Abbildung 5: empirische und theoretische Häufigkeiten konformer Antworten in Blöcken zu je fünf Aufgaben; gemäß Modell II und likelihood-Funktion <4o>

8. VERGLEICHENDE MODELLBEURTEILUNG

> At this point it would be nice if we could refer to a list of criteria and a decision rule which would evaluate the model and tell us whether this specific development or similar mathematical models are of genuine value in analyzing the phenomena of interest to psychologists. Of course, such decision procedures do not exist.
> R.C. ATKINSON (1961, S.46)

Nach dem Paradigma des Vorgehens in der mathematisch arbeitenden Psychologie, dem diese Arbeit bisher weitgehend gefolgt ist, hätte im letzten Abschnitt ein Versuch der statistischen Überprüfung der Abweichungen zwischen empirischen und theoretischen Daten erfolgen müssen. Dies ist jedoch nur für die Stationarität und Unabhängigkeit der Reaktionen vor L_j geschehen, also für die Prüfung von Modellannahmen selbst. Für die Analyse individueller Antwortsequenzen erscheint eine statistische Überprüfung der erhaltenen Diskrepanzen aus formalen Gründen kaum möglich zu sein, aber bei der Analyse unter der Annahme 'identischer Versuchspersonen' wäre sie durchaus durchführbar - obwohl vorher gezeigt wurde, wie verschieden tatsächlich die Parameterwerte individueller Schüler sind. Allerdings sind die Erwartungswerte für die Zufallsvariablen in den Abschnitten 4 und 5 nicht über die jeweiligen Wahrscheinlichkeitsverteilungen abgeleitet worden und ermöglichen deshalb nicht, beispielsweise die erwarteten und beobachteten Häufigkeiten von Schülern mit genau k (non-) konformen Antworten zu vergleichen. Dies ist keineswegs ein Versehen des Verfassers, denn in den angegebenen Quellen sind ja durchaus auch diese Ableitungswege enthalten (vgl. ATKINSON et al., 1965), sondern die skizzierten Vergleiche waren nicht vorgesehen. Der Grund dafür wird sich im folgenden erhellen.

8.1 Nullhypothesen-Signifikanztests für einzelne Modelle

GREENO u. BJORK (1973) zählten bei ihrem Rückblick auf die

Entwicklung von Lernmodellen in den letzten zehn Jahren insgesamt 243 Arbeiten, von denen sich lediglich fünf mit der Frage beschäftigten, wie die Angemessenheit eines vorgeschlagenen Modells für einen Gegenstandsbereich überprüft werden kann. Die geringe Anzahl bedeutet nicht, daß das Problem im Prinzip bereits gelöst ist, sondern im Gegenteil, daß es zu den schwierigsten Problemen in diesem Gebiet gehört. Zunächst war versucht worden, daß Prinzip der Nullhypothesen-Signifikanztests zur Modellüberprüfung zu benutzen, also etwa als Nullhypothese zu formulieren:"die Verteilung der Werte von L_c in derjenigen Population, der die untersuchte Stichprobe entstammt, ist gleich der unter den Modellannahmen angebbaren Verteilung" (z.B. <8> für Modell I), und diese Hypothese mit den üblichen Tests für 'goodness of fit' zu prüfen. Es wurde aber schon früh bestritten, daß dieses Vorgehen die Angemessenheit eines Modells tatsächlich prüfe (SUPPES u. ATKINSON, 196o, S. 57; GRANT, 1962; aber auch: HILGARD u. BOWER, 1971, S. 464). Dabei wurde meistens argumentiert, daß bei genügend großem Stichprobenumfang beliebig kleine Diskrepanzen zwischen empirischen und theoretischen Werten fast sicher zur Verwerfung der Nullhypothese führen, so daß auch 'wahre' Modelle schon aufgrund von Rundungsfehlern bei der Berechnung theoretischer Werte verworfen werden müßten. Ich möchte die Angemessenheit solcher Signifikanztests mit einer Argumentationsvariante bestreiten, die von der Aussagekraft möglicher Ergebnisse von Signifikanztests ausgeht.

Das Ergebnis 'nicht signifikant' besagt wegen des unkontrollierten ß-Fehlers, daß die Gültigkeit der Alternativhypothese nicht nachgewiesen werden konnte, und ist somit kein Beweis der Angemessenheit des Modells: außerdem bliebe das generelle Problem reduktiver Schlüsse. Andererseits kann ein 'signifikantes' Ergebnis nicht eindeutig die Unangemessenheit des Modells beweisen. Denn die Verwerfung der statistischen Nullhypothese sagt ja zunächst nur aus, daß es gewisse Faktoren gegeben haben muß, die die Diskrepanz zwischen empirischen und theoretischen Werten verursacht haben. Dabei kann es sich um systematische Faktoren handeln, oder um gänzlich unsystematische, die zu erfassen das Modell gar nicht intendiert. Im ersten Fall wäre das Modell tatsächlich unangemessen, im

zweiten dagegen wäre seine Angemessenheit vom signifikanten Ergebnis gar nicht berührt. Zudem mag die Diskrepanz auch nur daher rühren, daß die bei der Parameterschätzung benutzte Annahme 'identischer Versuchspersonen' falsch war: da diese Annahme Modell-extern ist, berührt ihre Verletzung nicht die Angemessenheit des Modells.

Welcher dieser Fälle im konkreten Fall vorliegt, kann nicht durch Signifikanztests entschieden werden. Und könnte es irgendwie geklärt werden, bedürfte es keiner Signifikanztests mehr. Zusammenfassend kommt man zu dem Ergebnis, zu dem aufgrund anderer Überlegungen über deterministische und probabilistische Modelle TACK (1971, S.363) gekommen ist: "Die Suche nach sinnvollen Kriterien zur Bewertung einzelner (erg.: probabilistischer) Modelle aufgrund empirischer Daten hat bislang kaum Resultate gebracht".

8.2 Vergleich zweier Modelle

Wesentlich einfacher als die Frage nach der absoluten Angemessenheit eines einzelnen Modells ist diejenige zu behandeln, welches von zwei Modellen relativ angemessener ist, wenn sich beide Modelle auf den gleichen Gegenstandsbereich beziehen und am gleichen Datensatz überprüft werden können. In diesem Falle gibt es die Möglichkeiten des 'likelihood Vergleichs', des 'maximum likelihood Vergleichs' und des 'parameterfreien Modellvergleichs' (vgl. TACK, 1971, S. 363 f), bei denen allerdings wiederum Komplikationen auftreten können, die eine Entscheidung verhindern. Für die vorliegende Arbeit liegt jedoch ein Spezialfall des Vergleich zweier Modelle vor, der "ein weiteres kaum allgemein zu klärendes Problem " darstellt (TACK, 1971): Modell I behandelt einen Parameter des Modell II als Konstante. In solchen Fällen muß sich ein Modellvergleich nach TACK auf inhaltliche Kriterien beziehen, wie z.B. die sinnvolle Interpretierbarkeit der Modellvariablen. Bevor im Folgenden ein inhaltliches Kriterium vorgeschlagen wird,

soll zunächst ein rohes Maß für die Diskrepanz zwischen erwarteten und empirischen Kennwerten zusammenfassend für die beiden Modelle und verschiedene Analysen dargestellt werden. Es handelt sich dabei natürlich nicht um eine statistische Überprüfung, sondern um eine von mehreren Möglichkeiten, eine Vergleichsbasis zu schaffen. Berechnet wurde dabei pro Modell und Analyse die mittlere Abweichung zwischen erwartetem und beobachtem Wert in Prozenten des beobachteten Werts, und zwar unter Benutzung der Tabellen und Werte in Abschnitt 7:

	mittlere absolute Abweichung		
	T_c	F_c	H_c
Modell I:			
individ. Vpn und Gl. <19>		14 %	21 %
Indiv. Vpn und Gl. <4o>	5,5 %	16,4 %	17,4 %
identische Vpn und Gl. <2o>	7,9 %	38,5 %	22,9 %
Modell II:			
individ. Vpn	2,9 %	11,6 %	12,5 %
identische Vpn	2,9 %	62,7 %	4o,4 %

Unter der Annahme 'identischer Versuchspersonen beträgt die mittlere absolute Abweichung zwischen empirischer und theoretischer 'Lernkurve' für konforme Antworten:

Modell I : 1,2
Modell II: o,9

8.3 Parameterzuordnung in Modell I

Die Modelle I und II sind in der Absicht entwickelt worden, einen psychologischen Prozeß theoretisch zu beschreiben und sinnvolle Kennwerte für das Verhalten von Versuchspersonen vorzuschlagen, bzw. mit Hilfe der Analysen unter der Annahme 'identischer Versuchspersonen' die jeweilige experimentelle Situation durch das durchschnittliche Verhalten der Versuchspersonen charakterisieren zu können. Unter diesem Aspekt wären die Parameter individueller Versuchspersonen quasi konformitätsdiagnostische Kennwerte, und die Parameter der 'identischen Versuchspersonen' könnten z.B. als Meßwerte des Konformitätsdrucks in der jeweiligen Situation auf diejenige Population interpretiert werden, für die die untersuchten Personen eine repräsentative Stichprobe sind. Bezüglich solcher Kennwerte lassen sich die Fragen nach Reliabilität und Validität stellen, wobei es der Validität sicherlich abträglich wäre, wenn die Zuordnung von Kennwerten zu beobachtbarem Verhalten psychologisch nicht konsistent ist, wenn also z.B. Personen mit gleicher Leistung in einem Intelligenztest verschiedene Intelligenzquotienten zugeordnet würden, oder umgekehrt. Die Frage nach den Parameterzuordnungen der Modelle I und II ist also die Frage danach, nach welchen Mechanismen die jeweilige Kombination aus Modellannahmen und Schätzprinzip den vorliegenden Daten Parameterwerte zuordnet, und ob diese Zuordnungsprinzipien in psychologisch sinnvolleren oder informationsreicheren Kennwerten resultieren als die bisher verwendeten Maße in solchen Experimenten, wie z.B. die relative Häufigkeit konformer Antworten. Denn wenn die Modelle mit den aus ihnen abgeleiteten Kennwerten die angestrebte Verbindlichkeit erreichen sollen, die die in Abschnitt 2 charakterisierte Situation der Konformitätsforschung verbessern könnte, müssen den Experimentatoren zur Entscheidung auch andere Informationen über die Modelle zugänglich gemacht werden als Indizes für den 'goodness of fit' zweier Kurven. Außerdem ist zu erwarten, daß eine Untersuchung der Parameterzuordnung die theoretische Variable Konformität im Bezugsrahmen dieser Modelle weiter expliziert.

Alle Aussagen über die Parameterzuordnung im Modell I beziehen sich auf die Analyse mit Hilfe der likelihood Funktion <19>, denn diese ist bezogen auf die Annahmen des Modells informationsreicher und daher angebrachter als die ebenfalls verwendbaren likelihood Funktionen <39> bzw. <4o>.

Ersten Aufschluß über die Funktionsweisen der Parameterzuordnung im Modell liefern diejenigen Antwortsequenzen, die nur aus konformen oder nur aus nonkonformen Antworten bestehen:

(1) Besteht eine Sequenz aus dem Ereignis $T_c = 0$, so können ihr entweder die Parameterwerte $\beta = o$ und $p = o$ zugeordnet werden, oder $\beta = 1$ mit nicht sinnvoll definiertem Wert von p. ($T_{nc} = o$ analog.)

Solche Sequenzen können auf drei verschiedenen Weisen entstanden sein: (i) sofortige Absorption in K bzw. NK, (ii) ständiges Verbleiben in D, und (iii) Absorption in K nach einer gewissen Anzahl konformer Antworten in D bzw. Absorption in NK nach einer gewissen Anzahl nonkonformer Antworten in D. Die likelihood wird durch (i) und (ii) maximiert (selbst wenn die zu (iii) gehörigen Möglichkeiten identifizierbar wären), und zwar jeweils mit dem Funktionswert 1. Die Entscheidung für (i) hat den Vorzug, daß Probleme mit einer eventuellen Absorption bei Aufgabe $i > N$ vermieden werden. Festzuhalten ist, daß diese Sequenzen über das Modell nichts aussagen.

Für die anderen absorbierten Sequenzen läßt sich zusammenfassend folgern:

(2) Die Parameterwerte von α und β geben wie in Modellen mit beobachtbaren Zuständen den Kehrwert der Nummer derjenigen Aufgabe an, bei der (im Sinne der maximalen likelihood) die Absorption vermutet wird. Konsequenterweise stellt der Wert von p die relative Häufigkeit konformer Antwort bis zu der Aufgabe dar, die der vermuteten Absorption vorangeht, und nicht etwa bis L_j.

Diese Aussage läßt sich an allen Werten in Tabelle 2 überprüfen, und sie erlaubt für die Schätzung von p im Modell I bei bekanntem β (α analog) folgende Formel:

$$p = \frac{c}{\hat{A} - 1} = \frac{c}{1/\beta - 1} = \frac{c\beta}{1 - \beta} \qquad < 41 >$$

wobei $\hat{A}$: Aufgabennummer der geschätzen Absorption.

Beispielsweise ist die Antwortsequenz der Versuchsperson 25:

X = <o1ooo ooo.....ooo>.

Die zugeordnete Sequenz der Zustände ist offensichtlich:

Y = <D D D NK NK ..... NK NK>,

so daß sich für die Parameterwerte ergibt:

$\beta = 1/4 = .25oo$, und
$p = 1/3 = .3333$.

Bei Versuchsperson 3o ergibt sich analog:

X = < 11ooo ooo.....ooo > ,
Y = < D D NK NK .....NK > ,

$\beta = 1/3$ und $p = 2/2$.

Dieses Beispiel entstammt einer Klasse von Sequenzen, für die demonstriert werden kann:

(2a) Bei Sequenzen vom Typ <11...11ooooo....oooo> ergibt sich: $\beta = 1/(L_c+1)$.

Für solche Sequenzen ist der Mechanismus der Zuordnung etwa der folgende: wenn die Person beobachtbar im Zustand D ist, gibt sie ausschließlich konforme Antworten; also wird bei Beginn einer abschließenden Sequenz nonkonformer Antworten sofortiger Übergang in den Zustand NK angenommen.

Daraus ergibt sich psychologisch konsistent die Art und Weise, in der die Parameterwerte von α bzw. β für solche Sequenzen zugeordnet werden, die im beobachtbaren Zustand D nicht nur konforme Antworten gezeigt haben:

(2b) In Sequenzen mit nc-Antworten vor L_c wird die angenommene Dauer des Prozesses im Zustand D je nach Anzahl der nonkonformen Antworten über L_c hinaus verlängert: je weniger nonkonforme Antworten vor L_c erfolgen, desto früher wird die Absorption angenommen.

Als Beispiele können Sequenzen mit gleichem L_c und verschiedener Anzahl konformer und nonkonformer Antworten vor L_c dienen, z.B. die Versuchspersonen 26 und 23:

$$X(26) = \langle \text{ooooo} \quad \text{oooo1 o.....o} \rangle$$
$$X(23) = \langle \text{ooo1o} \quad \text{oooo1 o.....o} \rangle$$

Die zugeordneten Parameterwerte sind für die erste Sequenz: $\beta = 1/20$ und $p = 1/19$, und für die zweite Sequenz: $\beta = 1/15$ und $p = 2/14$. Der Mechanismus funktioniert offenbar so, daß im ersten Fall nonkonforme Antworten im Zustand D als wahrscheinlicher angesehen werden als bei der zweiten Sequenz; daher wird bei anschließenden nonkonformen Antworten im ersten Fall erst später auf Absorption geschlossen, während es im zweiten Fall unwahrscheinlicher ist, daß ebensoviele nonkonforme Antworten aus dem Zustand D kommen: die Absorption wird früher angenommen.

Die Antwortsequenz der Versuchsperson 26 kann auch ein weiteres Prinzip der Parameterzuordnung illustrieren:

(2c) Bei Sequenzen des Typs <ooo....o1ooo...ooooo>, d.h. Sequenzen, in denen L_c die einzige konforme Antwort ist, wird die angenommene Dauer im Zustand D genau um die Anzahl der nonkonformen Antworten vor L_c verlängert.

Diese Überlegungen, die für konform absorbierte Sequenzen analog gelten, machen die Parameterzuordnung im Modell I hinreichend transparent : wir sind in der Lage, die Veränderungen der Parameterwerte in allen Fällen recht genau vorherzusagen, die sich ergeben würden, wenn in beliebigen Sequenzen an beliebiger Stelle eine O gegen eine 1 oder umgekehrt ausgetauscht würde: wir können stets die Richtung und ungefähre Größenordnung der Veränderung vorhersagen, und in einigen Fällen sogar den genauen Betrag der Veränderung.

Wird nun einer Versuchsperson aufgrund ihrer Antwortsequenz ein Vektor der geschätzten Parameterwerte $< \alpha,\beta,p >$ zugeordnet, so enthält dieser Vektor nach den bisherigen Überlegungen folgende Informationen über diese Person und ihr Verhalten in dieser experimentellen Situation:

(1) ob sie sich, mit einer vom Experimentator gewählten Sicherheit (1-q) oder größer, als konform, nonkonform oder unentschieden erweisen hat;

(2) wielange es gedauert hat, bis sie sich entschieden hat (d.h. wielange sie dem Gruppendruck standgehalten hat, ohne ihm endgültig nachzugeben, bzw. wielange sie aufgrund des sozialen Drucks gezögert hat, endgültig gemäß ihres eigenen Wissens zu antworten);

(3) wie ihre Antworttendenzen vor einer eventuellen Entscheidung waren, und

(4) im Rahmen der in Abschnitt 7.3 ersichtlichen Genauigkeit globale und sequentielle Kennwerte ihres Antwortverhaltens.

Es ist offensichtlich, daß solch ein Vektor die traditionelle Information "(relative) Häufigkeit konformer Antworten" enthält, und außerdem zusätzliche Information bietet. Mit Ausnahme von (4) verpflichtet die Benutzung dieser Informationen den Experimentator jedoch auf das Modell. Um die Entscheidungsbasis für die Verpflichtung zu erleichtern, können die bisher aufgedeckten Mechanismen der Parameterzuordnung umformuliert werden, um die darin enthaltene Explikation von 'Konformität' im Bezugsrahmen des Modells deutlicher zu machen.

Im traditionellen Fall betrachtet man diejenige von zwei Personen als konformer, oder empfänglicher für Gruppendruck, die mehr konforme Reaktionen gezeigt hat als eine andere. Das würde im Modell I ebenso für diejenigen Personen gelten, die nicht absorbiert wurden. Bei den absorbierten Personen wäre es naheliegend die Konformität bzw. Nonkonformität entlang der Skala der Absorptionswahrscheinlichkeiten zu betrachten,

etwa von $\alpha = 1$ (d.h. gibt Gruppendruck sofort nach) über $\alpha = 0$ und $\beta = 0$ (d.h. entscheidet sich weder, endgültig nachzugeben, noch endgültig zur eigenen Meinung zu stehen) bis $\beta = 1$ (d.h. bleibt sofort und endgültig bei seiner eigenen Meinung).

Schon aus der Form der likelihood Funktion <19> war abzulesen, daß kein einfacher monotoner Zusammenhang zwischen den Übergangswahrscheinlichkeiten α und β einerseits, und T_j (oder L_j) andererseits besteht. Die vorangegangenen Überlegungen haben gezeigt, daß sich die Werte der Übergangswahrscheinlichkeiten, und damit die Einschätzung als mehr oder weniger konform bzw. nonkonform, aufgrund einer Kombination der beobachteten Werte von T_j und L_j sowie des Typs der abschließenden Sequenz ergibt. Für den Vergleich zweier Versuchspersonen ergibt sich hier:

absorbiert in K: (1) bei gleichem T_c ist derjenige weniger konform (d.h. kleineres α), dessen L_{nc} später auftritt;
(2) bei gleichem L_{nc} ist derjenige weniger konform, der mehr konforme Antworten vor L_{nc} gegeben hat, und

absorbiert in NK: (1) bei gleichem T_c ist derjenige weniger konform (d.h. mehr nonkonform, weil grösseres β), dessen L_c früher auftritt,
(2) bei gleichem L_c ist derjenige weniger konform, der mehr konforme Antworten vor L_c gegeben hat.

Anders ausgedrückt: je mehr konforme Reaktionen vor L_j auftreten, desto weniger konform bzw. dest mehr nonkonform wird die Versuchsperson eingeschätzt, wenn L_j konstant ist. Bei verschiedenen L_j's wirkt sich die Kombination von T_j und L_j z.B. so aus, daß mehr konforme Reaktionen vor späterem L_c zu kleineren geschätzten Werten von β führen: das ist z.B. bei den Versuchspersonen 11 und 25 bzw. 21 und 19 der Fall.

Bevor man diese Explikation von 'Konformität' als absurd zurückweist, muß man sich vor Augen führen, daß sie durch die Berücksichtigung der dynamischen Aspekte von Antwortsequenzen zustande kommt: es heißt ja hier nicht "wer mehr konforme Antworten zeigt, ist weniger konform", sondern diese Beziehung gilt nur für die Teilsequenz bis L_j. Wenn dann konforme Antworten folgen, wird die Versuchsperson mit $\alpha > 0$ ebenfalls in diesem Modell konformer eingeschätzt als wenn nonkonforme Antworten folgen, was zu $\alpha = 0$ und $\beta > 0$ führen würde.
Und genau in diesem dynamischen Aspekt unterscheiden sich das traditionelle Maß und der Vektor der Wahrscheinlichkeiten als Maß voneinander: bei Benutzung der Häufigkeiten konformer Reaktionen werden zwei Personen als gleich konform eingeschätzt, die gleich viel konforme Reaktionen zeigen, also auch drei Personen, die die folgenden Antwortsequenzen geben würden:

X(1) = < 11111 11111 11111 00000 00000 00000 >
X(2) = < 00000 00000 00000 11111 11111 11111 >
X(3) = < 01010 10101 01010 10101 01010 10101 > .

Verglichen mit dieser Explikation von Konformität ist die im Rahmen von Modell I geleistete sicherlich überlegen.

Bei der Analyse von experimentellen Situationen unter der Annahme 'identischer Versuchspersonen' ergibt sich ebenfalls ein Vektor von Wahrscheinlichkeiten als möglicher Kennwert. Über die Funktionsweisen der Parameterzuordnung läßt sich aufgrund eines Datensatzes noch wenig aussagen. Lediglich aus der in Abschnitt 4.52 unter (i) angegebenen Schätzfunktion läßt sich ablesen, daß das Größenverhältnis zwischen den Werten für α und β sich aus dem Verhältnis der Anzahl konform absorbierter zur Anzahl nonkonform absorbierter Versuchspersonen ergibt.

8.4 Parameterzuordnung in Modell II

Der Vergleich der likelihood Funktionen zeigt, daß <19> bzw. <2o> viel mehr von den Modellannahmen widerspiegeln als <39> bzw. <4o>. Dieser Informationsunterschied hängt mit der Existenz von L_j in Modell I zusammen, während bei Modell II nur noch L_{nc} beobachtbar ist. Konsequenterweise kann bei der Parameterschätzung -wie schon bei den Ableitungen- lediglich von den Reaktionswahrscheinlichkeiten ausgegangen werden, so daß das Spezifische eines Markoff-Modells dabei verloren geht: die likelihood Funktionen <39> bzw. <4o> würden sich auch ergeben, wenn statt eines Markoff-Modells ein lineares Operatoren Modell in geeigneter Form postuliert würde (wie etwa in Gleichung <29>). Allein aus diesem Grund ist nicht zu erwarten, daß die Parameterzuordnung in Modell II ähnlich der in Modell I erfolgen wird und das gleiche Ausmaß an Transparenz erlauben wird.

Aus dem Vergleich derjenigen 15 Sequenzen, die in beiden Modellen in NK absorbiert wurden, läßt sich zunächst feststellen:

(1) Die Rangordnung der Übergangswahrscheinlichkeiten ist in beiden Modellen sehr verschieden.

Selbst wenn π stets gleich 1,o geschätzt wird (vgl. dazu Tabellen 3 und 6), ergibt sich nur eine einzige Übereinstimmung in den Rangplätzen. Es sind also bei der Analyse der Daten nach beiden Modellen jeweils andere Versuchspersonen, die als mehr konform oder weniger nonkonform eingeschätzt werden. Außerdem kann leicht festgestellt werden:

(2) Die Werte von $1/\sigma$ bzw. $1/\beta$ geben nicht den wahrscheinlichen Absorptionszeitpunkt an.

Aus Tabelle 9 ist zu ersehen, daß in den Sequenzen mit π=1,o konforme Antworten in fast allen Fällen auch noch nach der Aufgabe mit der Nummer i = $1/\beta$ vorkommen. D.h. die geschätzten Übergangswahrscheinlichkeiten können nicht so wie in Modell I interpretiert werden.

Aus den Tabellen 8 und 9 ist sodann ersichtlich, daß bei den Analysen nach Modell II etwas sehr Sinnvolles geschieht, was ja auch bei der Erweiterung von Modell I durch Einbeziehung der Aufgabenschwierigkeit intendiert war:

(3) Wenn sehr wenig konforme Antworten gegeben werden, wird in der Regel $\beta = 1$ und $\pi < 1$ zugeordnet.

Dies wird an den Sequenzen 19^+ und 26^+ illustriert, die nur eine konforme Antwort enthalten: hier wird sofortige Absorption in NK angenommen. Die Einschränkung "in der Regel" bezieht sich darauf, daß diese wenigen konformen Reaktionen offensichtlich nicht zu früh kommen dürfen, denn die Antwortsequenzen 25 und $3o^+$ sind nicht gemäß (3) behandelt worden: hier wurden die konformen Antworten während der ersten beiden Antworten gegeben.

Diese Zuordnung illustriert, daß es auch im Modell II Ereignisse gibt, die auf verschiedenste Weise zustande gekommen sein können, wobei aber gemäß Schätzprinzip diejenige Möglichkeit ausgewählt wird, die die likelihood maximiert. Außerdem sind die in (3) erwähnten Fälle als Ausnahmen bei den folgenden Prinzipien der Parameterzuordnung in Modell II zu verstehen. Sie beziehen sich zunächst auf alle Sequenzen, in denen $\pi = 1{,}o$ geschätzt wurde, in denen also im Nachhinein von einem 'L_c' gesprochen werden kann (Absorption in NK vorausgesetzt).

Während bei Modell I bei gleichem L_c mehr konforme Reaktionen vor L_c zu größeren Werten für β führten, gilt im Modell II:

(4) bei gleichem L_c führen mehr konforme Antworten zu kleinerem β,

was an den Sequenzen 25 und $3o^+$, 1o und 21^+, 11^+ und 9 in Tabelle 9, sowie an den Sequenzen 19^+,26^+,23^+ und 22^+ in Tabelle 6 illustriert wird. Dabei deutet sich im Vergleich der beiden letzten Sequenzen ein wesentlicher Unterschied zu Modell I an: bei gleichem L_c und gleichem T_c ergaben sich im Modell gleiche Werte für β. Im Modell II ist das nur bei identischen Antwortsequenzen der Fall, wohingegen sonst gilt:

(5) Bei gleichem L_c und T_c wird derjenigen Sequenz ein größeres ß zugeordnet, bei der die konformen Antworten vor L_c früher gegeben wurden.

Bei gleichem T_c und verschiedenen L_c's wird, wie aufgrund von (5) schon zu erwarten, ebenso wie in Modell I der geschätzte Wert von ß um so kleiner, je später L_c liegt. Das läßt sich an den Sequenzen mit gleichem T_c durchgehend zeigen.

Aus dem Vergleich der gemäß Abschnitt 7.2 geänderten und mit hochgestelltem "+" gekennzeichneten Sequenzen und den dazugehörigen Originalsequenzen ergibt sich kein klares Bild. Es wird deutlich, daß das Austauschen von Einsen gegen Nullen und umgekehrt, dessen Effekt bei Modell I recht exakt beschrieben werden konnte, hier zu keinem einfach durchschaubaren Effekt führt. Wenn in den geänderten Sequenzen $ß < 1{,}0$, dann wird in den Originalsequenzen der Wert von ß erhöht (!), und der von π stark gesenkt. Wenn in den geänderten Sequenzen $ß = 1{,}0$ geschätzt wurde, wird das in den Originalsequenzen beibehalten und lediglich der Wert von π gesenkt.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die aus den likelihood Funktionen <19> und <2o> bzw. <39> und <4o> geschätzten Übergangswahrscheinlichkeiten jeweils "etwas anderes" bedeuten. Bei den likelihood Funktionen <19> und <2o> ist diese Bedeutung sehr 'transparent' und in psychologische Begriffe übersetzbar, bei den Funktionen <39> und <4o> sind die Zuordnungsprinzipien dagegen nur in Spezialfällen durch Vergleich jeweils zweier Sequenzen transparent, und die Bedeutung der Parameterwerte als Kenngrößen kaum inhaltlich zu fassen: es bleibt anscheinend nur der Verweis auf die Gleichungen <21> bis <23>. Da für das Modell II nur diese zweite Gruppe der likelihood Funktionen zur Verfügung steht, gelten diese Aussagen ebenfalls für die Unterschiede zwischen Modell I und Modell II, sofern man sich bei Modell I der informationsreicheren likelihood Funktionen bedient.

8.5 Schlußfolgerungen

Angesichts dieser Ergebnisse kann man kaum umhin, von einem Dilemma zu sprechen. Die Tabellen in Abschnitt 7 und die Zusammenfassung der mittleren absoluten Abweichungen zeigen, daß die Beschreibungskraft von Modell II gemessen an den globalen und sequentiellen Kennwerten individueller Antwortsequenzen besser ist als die von Modell I. Die Unterschiede sind nicht groß, aber bei einer Entscheidung würde sicherlich aufgrund dieses Aspekts das Modell II vorgezogen werden. Dies besonders deshalb, weil es dem Experimentator weniger Restriktionen in der Durchführung der Experimente, speziell der Auswahl der Aufgaben, auferlegt.

Andererseits ist die "Transparenz" von Modell I unvergleichlich viel größer. Die als Kennwerte vorgeschlagenen Werte der freien Parameter enthalten im Modell I sehr viel psychologisch interpretierbare Information, während das von denen im Modell II nicht gesagt werden kann. Die Mechanismen der Parameterzurdnung ergeben, soweit sie durchschaubar sind, für Modell I eine recht präzise Explikation von Konformität, während das Ergebnis entsprechender Untersuchungen für Modell II kaum formulierbar ist. Das aus Modell I abgeleitete Verhaltensmaß für Konformitätsexperimente hätte demnach wohl mehr Chancen, auf der Basis dieses Aspekts bei den sozialpsychologisch arbeitenden Experimentatoren akzeptiert zu werden und die angestrebte Verbindlichkeit zu erreichen.

Wie aus den einleitenden Abschnitten dieser Arbeit klar geworden ist, sollte hier versucht werden, eine weitere Funktion mathematischer Modelle in der Psychologie aufzuzeigen: nämlich quasi Hilfestellung in denjenigen Gebieten zu leisten, deren Lage der eingangs für die Konformitätsforschung beschriebenen Situation gleicht. Dies ist wohl durch das Modell I geleistet worden. Die psychologisch motivierte Erweiterung des Modells hat ein Dilemma offenbart, daß nicht so sehr die Funktionen mathematischer Modelle für die Psychologie betrifft, sondern eher innerhalb der 'Mathematischen Psychologie' diskutiert werden muß. Dies soll im folgenden Abschnitt andeutungsweise versucht werden.

9. MODELLERWEITERUNG UND ENTSCHEIDBARKEITS-PROBLEM

Wenn auch der Vergleich zweier konkurrierender Modelle am gleichen Datensatz gemessen an der statistischen Überprüfung eines einzelnen Modells ein methodologisch einfacheres Problem ist, so kann es doch auch hierbei zu Komplikationen kommen, für die es derzeit keine klaren Entscheidungsregeln zu geben scheint: dies ist z.B. der Fall, wenn die Vergleiche an einigen Funktionen des Datensatzes das eine Modell, an anderen Funktionen jedoch das andere Modell favorisieren. Selbst wenn dies nicht der Fall ist, so hat diese Arbeit bisher gezeigt, kann die Entscheidungssituation dadurch weiter verkompliziert werden, daß inhaltlich-psychologische Kriterien zur Beurteilung vorgeschlagener Modelle herangezogen werden. Das Hinzuziehen solcher Kriterien selbst ist sinnvoll, da 'goodness of fit' Kriterien höchstens notwendige Bedingungen für die Modellbeurteilung darstellen können. Wenn nun besonders bei Modellen, die in einer Absicht wie der hier erläuterten entwickelt werden, inhaltlich-psychologische Aspekte wie etwa die in Abschnitt 8 besprochene "Transparenz" der aus ihnen abgeleiteten Verhaltensmaße zur Beurteilung herangezogen werden, kann offenbar die Situation entstehen, daß

(1) die inhaltlichen Aspekte das eine Modell favorisieren und die formal-statistischen das andere, oder gar
(2) einige inhaltliche Aspekte das eine, andere dagegen das andere Modell favorisieren.

Bei den hier vorgeschlagenen Modellen sind beide Fälle eingetreten: Modell II hat die größere Beschreibungskraft bezüglich der beobachtbaren Kennwerte, während die aus Modell I geschätzen Parameter als Verhaltenskennwerte größere 'Transparenz', d.h. inhaltlich-psychologische Interpretierbarkeit besitzen. Andererseits sprechen die inhaltlichen Überlegegungen über Anwendungsbereich und Restriktionen für den Experimentator deutlich für Modell II. Mir scheint, daß über diesen speziellen Fall hinaus einige Generalisierungen für die 'Mathematische Psychologie' möglich sind.

Das Problem (1) wird, bezogen auf die Transparenz der geschätzten Modellparameter, wohl in all den Fällen vermieden, in denen die Erweiterung der Modelle gemäß den in der 'Mathematischen Psychologie' klassischen Beispielen geschieht: durch Einführung variabler asymptotischer Reaktionswahrscheinlichkeiten und variabler Anfangswahrscheinlichkeiten wird aus dem 'linear operator model' das 'replacement model' (vgl. RESTLE u. GREENO, 197o), aber die grundlegenden Annahmen über den Lernprozeß bleiben dabei erhalten; oder im Bereich der Markoff-Ketten wurde das 'one element model' durch verschiedene Zusatzannahmen erweitert, z.B. durch Berücksichtigung des Kurzzeitgedächtnisses (ATKINSON u. CROTHERS, 1964), wobei das ursprüngliche Modell um einen oder mehrere Zustände ergänzt wurde, dadurch auch um einen oder mehrere Modellparameter, wobei aber zum Einen die direkte Zuordnung von Reaktionswahrscheinlichkeiten zu Zuständen, und zum Anderen ein absorbierender Rand erhalten blieb, dem mit Wahrscheinlichkeit 1 eine bestimmte Reaktion zugeordnet war. In solchen Fällen scheint es keine Probleme mit der Transparenz zumindest der Übergangswahrscheinlichkeiten in den absorbierenden Zustand zu geben.

In der vorliegenden Arbeit geschah die Erweiterung von Modell I aufgrund inhaltlich-psychologischer Überlegungen in doppelter Hinsicht unterschiedlich. Erstens wurden in den Modellannahmen die Antwort-Wahrscheinlichkeiten nicht mehr für die Zustände, sondern für die Reaktionstendenzen definiert, und zweitens war es nicht möglich, für den absorbierten Zustand NK $P(X_i=nc) = 1$ anzunehmen. Das hatte zur Folge, daß die Antworten für die Ableitungen und Parameterschätzung in der gesamten Sequenz als nicht-stationärer, unabhängiger Prozeß behandelt werden mußten, daß demzufolge strukturverschiedene likelihood Funktionen resultierten, und daß deshalb die Transparenz der Parameterzuordnung im Vergleich zu Modell I so gering wurde. Der Verlust an Transparenz ist sehr bedauerlich, weil gerade sie es ist, die den Vorteil der Parameterwerte als Kenngrößen in Konformitätsexperimenten verdeutlichen kann.

Aufgrund dieser Überlegungen soll eine Hypothese formuliert werden, die der weiteren, formal exakten Überprüfung bedürfte: wenn in einer Markoff-Kette mit absorbierenden Rändern mehr als eine Reaktion in einem absorbierenden Zustand erfolgen könnte, dann verändern sich gegenüber der gleichen Kette mit strengerem Absorptionsbegriff (d.h. eine Reaktion mit Wahrscheinlichkeit 1) sowohl der Charakter des beobachtbaren stochastischen Prozesses, als auch die likelihood Funktion, und damit die Transparenz der Parameterzuordnung: diese wird geringer.

Für das Problem (2), d.h. Anwendungsbereich einerseits und Transparenz andererseits, scheint für Markoff-Ketten Ähnliches zu gelten. Wenn die angestrebte Verbreiterung des Anwendungsbereichs direkt eine Abschwächung des Absorptionsbegriffs erfordert, führt das direkt auf Problem (1). Zusammenfassend kann festgehalten werden: wenn aus psychologischen Gründen die Abschwächung des Absorptionsbegriffs unumgänglich wird, dann wird das ohnehin äußerst schwierige Entscheidbarkeitsproblem bei der Verwendung stochastischer Modelle weiter erschwert.

Literaturverzeichnis

ALLPORT, F.H.,1934: The j-curve hypothesis of conforming behavior. J. of Soc. Psychol., 5, 141 - 183

APOSTEL, L., 1961: Towards the formal study of models in the non-formal sciences. In:
H. FREUDENTHAL (Hg.): The concept and the role of the model in mathematics and natural and social sciences. Dordrecht, Holland

ASCH, S.E., 1951: Effects of group pressure upon the modification and distortion of judgement. In:
H. GUETZKOW (Hg.): Groups, leadership and men. Pittsburgh, Penn.:

ASCH, S.E., 1956: Studies of independence and conformity,I. A minority of one against an unanimous majority. Psychol. Monographs, General and Applied, 7o , No. 9

ASHBY, W.R., 196o: An introduction to cyberbetics. London

ATKINSON, R.C., 1961: The use of models in experimental psychology. In:
H. FREUDENTHAL (Hg.): The concept and the role of the model in mathematics and natural and social sciences. Dordrecht, Holland

ATKINSON, R.C., BOWER, G.H. und CROTHERS, E.J., 1965: An introduction to mathematical learning theory. New York/ London

ATKINSON, R.C. und CROTHERS, E.J., 1964: A comparison of paired-associate learning models having different acquisition and retention axioms. J. Math. Psychol., 1, 285 - 315

ATKINSON, R.C. und PAULSON, J.A., 1972: An approach to the psychology of instruction. Psychol. Bull., 78, 49 - 61

BARTOS, O.J., 1967: Simple models of group behavior. New York / London

BERG, J.A. und BASS, B.M. (Hg.), 1961: Conformity and deviation. New York

BLAKE, R.R., HELSON, H. und MOUTON, J.S., 1956/57: The generality of conformity behavior as a function of factual anchorage, difficulty of task and amount of social pressure. J. Pers., 25, 294-3o5

CARTWRIGHT, D. und HARARY, F., 1956: Structural balance: a generalization of Heider's theory. Psychol. Review, 63, 277 - 293

CHAPANIS, A., 1961: Men, machines and models. Amer. Psychologist, 16, 113 - 131

COHEN, B.P., 1958: A probabilistic model for conformity. Sociometry, 21, 69 - 81

COHEN, B.P., 1962: The process of choosing a reference group. In: J. CRISWELL, H. SOLOMON und P. SUPPES (Hg.): Mathematical methods in small group processes. Stanford, Calif.

COLEMAN, J.F., BLAKE, R.R. und MOUTON, J.S., 1958: Task difficulty and conformity pressures. J. abn. soc. Psychol., 57, 12o - 122

COLEMAN, J.S., 1960: The mathematical study of small groups. In: H. SOLOMON (Hg.): Mathematical thinking in the measurement of behavior. Glencoe, Ill.

FELLER, W., 1957: An introduction to probability and its applications, Vol. I. New York /London

FESTINGER, L., 1950: Informal social communication. Psychol. Review, 57, 271 - 282

FOPPA, K., 1965: Lernen, Gedächtnis, Verhalten. Köln / Berlin

GRANT, D.A., 1962: Testing the null hypothesis and the strategy and tactics of investigating theoretical models. Psychol. Review, 69, 54 - 61

GREENO, J.G. und BJORK, R.A., 1973: Mathematical learning theory and the new 'mental forestry'. Ann. Review of Psychol., 24, 81 - 116

HEIDER, F., 1946: Attitudes and cognitive organization. J. of Psychol., 21, 107 -112

HILGARD, E.R. und BOWER, G.H., 1971: Theorien des Lernens, Bd. II. Stuttgart

HOMANS, G.C., 1950: The human group. New York

KRECH, D., CRUTCHFIELD, R.S. und BALLACHEY, E.L., 1962: Individual and society. New York

McDAVID, J.W. und HARARI, H., 1968: Social Psychology. New York / London

POPPER, K., 1971: Logik der Forschung (4. Aufl.). Tübingen

RAPOPORT, A., 1963: Mathematical models of social interaction. In:
R.D. LUCE, R.R. BUSH und E. GALANTER (Hg.): Handbook of mathematical psychology, Vol. II. New York / London

RAPOPORT, A. und CHAMMAH, A.M., 1965: Prisoner's dilemma. Ann Arbor, Mich.

RESTLE, F. und GREENO. J.G., 197o: Introduction to mathematical psychology. Reading, Mass. / London

SIMON, H.A., 1952: A formal theory of interaction in social groups. Amer. Sociol. Review, 17, 2o2 - 211

SIMON, H.A. und GUETZKOW, H., 1955: A model of short- and long-run mechanismns involved in pressures toward uniformity in groups. Psychol. Review, 62, 56 - 68

SIMON, H.A. und NEWELL, A., 1963: The uses and limitations of models. In:
M.H. MARX (Hg.): Theories in contemporary psychology. New York / London

STACHOWIAK, H., 1973: Allgemeine Modelltheorie. Wien

SUKALE, M., 1971: Zur Axiomatisierung der Balancetheorie: eine wisseneschaftstheoretische Fallstudie. Ztschrft. f. Soz. Psychol., 2, 4o -57

SUPPES, P., 1961: A comparison of the meaning and uses of models in mathematics and the empirical sciences. In: H. FREUDENTHAL (Hg.):
The concept and the role of the model in mathematics and natural and social sciences. Dordrecht, Holland

SUPPES, P. und ATKINSON, R.C., 1960: Markov learning models for multiperson interaction. Stanford, Calif.

TACK, W.H., 1969: Mathematische Modelle in der Sozialpsychologie. In: C.F. GRAUMANN (Hg.): Handbuch der Psychologie, Bd. 7: Sozialpsychologie, 1. Halbband

TACK, W.H., 1971: Das Entscheidbarkeitsproblem bei der Verwendung formaler Modelle. Psychol. Beiträge, 13, 355 - 365

WALKER, E.L. und HEYNS, R.W., 1962: An anatomy for conformity. Englewood Cliffs, N.J.

WILLIS, R.H., 1963: Two dimensions of conformity- nonconformity. Sociometry, 26, 499 - 513

WILLIS, R.H., 1965: Conformity, independence and anticonformity. Human Relations, 18, 373 - 388

Lebenslauf

Am 15. März wurde ich als Sohn des Kommunalbeamten Gerhard Deppe und seiner Ehefrau Eleonore, geb. Koch, in Negenborn, Kreis Holzminden, geboren. In Negenborn besuchte ich von 1952 bis 1955 die dortige Volkssschule. Nach dem Umzug meiner Familie besuchte ich in Holzminden von 1955 bis 1956 die Volksschule, und von 1956 bis 1965 das 'Gymnasium für Jungen'. An dieser Schule legte ich im März 1965 das Abitur ab.

Im Sommersemester 1965 begann ich das Studium der Psychologie an der Universität Göttingen. Zum Wintersemester 1966/67 wechselte ich an die Universität Hamburg, wo ich im August 1968 die Diplom-Vorprüfung in Psychologie bestand. Anschließend studierte ich als Stipendiat der University of Michigan, Ann Arbor, USA, zwei Semester an dieser Universität. Zum Wintersemester 1969/7o nahm ich das Studium an der Universität Hamburg wieder auf, und bestand dort im September 197o die Diplomprüfung für Psychologen.

Im Oktober 197o übernahm ich die Stelle eines 'Verwalters der Dienstgeschäfte eines wissenschaftlichen Assistenten' bei Prof. Dr. W.H. Tack an der Universität Regensburg. Seit September 1971 habe ich eine entsprechende Stelle, ebenfalls bei Prof. Dr. W.H. Tack, an der Universität des Saarlandes, Saarbrücken, inne.